Available *online* at : http://josi.ft.unand.ac.id/

Jurnal Optimasi Sistem Industri

| ISSN (Print) 2088-4842 | ISSN (Online) 2442-8795 |

Artikel Penelitian

Model Pengoptimuman Portofolio *Mean-Variance* dan Perkembangan Praktisnya

Ezra Putranda Setiawan[1], *Dedi Rosadi*[2]

[1] *SMA Negeri 8 Yogyakarta, Jl. Sidobali No.1, Muja Muju, Kec. Umbulharjo, Kota Yogyakarta, Daerah Istimewa Yogyakarta 55165, Indonesia*
[2] *Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada, Kabupaten Sleman, Daerah Istimewa Yogyakarta 55281, Indonesia*

ARTICLE INFORMATION

Received: August 30, 18
Revised: April 25, 19
Available online: May 15, 19

KEYWORDS

Investment, Markowitz, transaction cost, cardinality, heuristic

CORRESPONDENCE

Phone: +62 859 5928 5982

E-mail: ezra.putranda.s@mail.ugm.ac.id

A B S T R A C T

Many research about portfolio optimization in Indonesia still uses the 'original' mean-variance model as proposed by Markowitz more than 60 years ago. This article reviews the development and modification of the Markowitz's mean-variance model, especially that dealing with real stock-market features, which could help the investor to create their own portfolio. There were several real-stock market features that implemented in the modification of mean-variance portfolios optimization models, such as the minimum transaction lots, the transaction cost, the cardinality constraint, the weight constraint, and the sectoral constraint. To implement these features, several heuristic methods were used to obtain the optimal portfolio weight, such as genetic algorithm, Tabu search, bee colony algorithm, particle swarm algorithm, and simulated annealing. These methods become alternative to the mathematical programming method.

PENDAHULUAN

Kegiatan investasi dapat dilakukan dengan berbagai cara, misal membeli aset-aset riil seperti tanah dan emas, membeli surat-surat berharga di pasar modal. Pasar modal merupakan pasar untuk surat berharga jangka panjang (lebih dari satu tahun). Saham, obligasi, right, reksadana, dan opsi merupakan contoh surat berharga yang diperjualbelikan di pasar modal [1]. Investasi di pasar modal memiliki peran penting dalam perekonomian, yakni memungkinkan pemerintah maupun perusahaan memperoleh dana melalui perdagangan surat berharga. Fungsi pasar modal di Indonesia mula-mula dilaksanakan oleh Bursa Efek Jakarta (BEJ) dan Bursa Efek Surabaya (BES), yang pada tahun 2007 bergabung membentuk Bursa Efek Indonesia (BEI) [2]. Saat ini, terdapat sepuluh macam surat berharga yang diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia [1].

Sesuai dengan prinsip ekonomi, seorang investor tentu menghendaki perolehan keuntungan yang sebesar-besarnya. Di sisi lain, terdapat prinsip *high risk, higher return*, atau investasi dengan keuntungan lebih besar memiliki risiko lebih tinggi. Hal ini mendorong investor melakukan diversifikasi atau peragaman aset dalam berinvestasi, yakni dengan membentuk portofolio yang terdiri dari sejumlah aset. Pada saat salah satu aset mengalami penurunan harga, investor tetap dapat memperoleh keuntungan dari aset-aset yang lain dalam portofolionya. Penentuan bobot atau proporsi masing-masing aset dalam portofolio umumnya dilakukan dengan pendekatan matematis. Pendekatan matematis ini pertama kali dikemukakan oleh Markowitz [3], dan dikenal sebagai teori *mean-variance*. Dalam teori ini, risiko investasi diukur melalui nilai ragam (*variance*) dari tingkat pengembalian (*return*).

Penelusuran dengan internet menunjukkan bahwa model *mean-variance* ini masih banyak digunakan di Indonesia, khususnya untuk keperluan riset di bidang akademis. Sebagai contoh, [4], [5], [6], dan [7] merupakan beberapa riset terbaru di Indonesia yang masih menggunakan metode *mean-variance* dalam peng-optimuman portofolio. Metode pengoptimuman portofolio lain yang cukup dikenal adalah model indeks tunggal (*single index model*), yang dikemukakan oleh Sharpe [8,9].

Ditinjau dari kondisi perdagangan di bursa efek, model *mean-variance* cenderung kurang praktis. Sebagai contoh, model ini menghasilkan bobot portofol io dalam bentuk persentase, padahal perdagangan saham di bursa efek hampir selalu dilakukan dalam satuan lot. Model-model tersebut juga tidak dapat membantu investor membatasi jumlah saham atau membatasi bobot saham yang hendak dimasukkan ke dalam portofolionya.
Di sisi lain, modifikasi model *mean-variance* Markowitz yang diperlengkapi dengan kendala *real* pasar modal (misal [10], [11]) masih kurang dikenal di Indonesia, ditandai dengan sedikitnya

DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019

riset terkait model-model pengoptimuman portofolio tersebut dengan saham-saham Bursa Efek Indonesia. Demikian pula penggunaan berbagai metode heuristic dalam pengoptimuman portofolio (misal [12] dan [11]) belum banyak diteliti di Indonesia.

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh dan menyajikan gambaran lengkap mengenai perkembangan dan variasi yang muncul dari metode pembentukan portofolio optimum *mean-variance* Markowitz, khususnya terkait dengan situasi praktis perdagangan efek di pasar modal. Gambaran lengkap yang diperoleh dapat digunakan sebagai acuan untuk pengembangan model portofolio optimum di masa mendatang.

METODE

Penelitian ini dilakukan dengan metode penelusuran pustaka secara sistematis (*systematic literature review*). Kitchenham [13] mendefinisikan penelusuran pustaka sistematis sebagai upaya identifikasi, evaluasi, dan interpetasi terhadap seluruh penelitian yang relevan dengan suatu pertanyaan penelitian, suatu tema, atau suatu fenomena tertentu (*A systematic review is a means of identifying, evaluating and interpreting all available research relevant to a particular research question, or topic area, or phenomenon of interest.*). Menurut Budgen dan Brereton [14], penelusuran pustaka sistematis memiliki beberapa tujuan, yakni merangkum hal-hal terkait dengan penerapan teknologi, mengidentifikasi adanya celah (*gap*) yang memerlukan penelitian lebih lanjut, membantu penentuan posisi penelitian-penelitian baru, dan memeriksa sejauh mana hipotesis didukung atau ditolak oleh fakta-fakta empiris.

Sesuai dengan permasalahan di atas, penelusuran pustaka dilakukan pada jurnal nasional dan jurnal internasional dengan bantuan situs internet *scholar.google.com* dan *doaj.org.* Kriteria inklusi yang digunakan adalah jurnal, buku, dan prosiding yang memuat informasi mengenai model pengoptimuman portofolio *mean-variance* dengan modifikasi berupa kendala terkait dengan pasar modal. Adapun kriteria eksklusi yang digunakan mencakup: (1) Model pengoptimuman portofolio dengan metode selain *mean-variance* (misal dengan *semivariance,* galat mutlak purata, model indeks tunggal); (2) Modifikasi yang berkaitan dengan pendugaan parame-ter pada model *mean-variance*, misalnya penentuan matriks kovariansi dengan penduga *robust*. Jurnal-jurnal yang terpilih kemudian dibaca dan dianalisis untuk mengetahui metode yang digunakan serta hasil yang diperoleh. Perbandingan hasil tidak dilakukan mengingat sebagian besar jurnal menggunakan data yang berbeda.

Modifikasi terhadap model *mean-variance* juga menimbulkan perlunya metode-metode baru untuk menyelesaikan masalah pengoptimuman dan menentukan bobot portofolio optimum. Oleh karena itu, dalam penelitian ini dirangkum metode-metode baru yang digunakan dalam pengoptimuman portofolio. Studi literatur lebih lanjut juga dilakukan untuk memperoleh gambaran mengenai metode-metode pengoptimuman baru ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil yang diperoleh dari studi pustaka ini disajikan dalam dua kelompok besar, yakni bentuk-bentuk pengembangan model pengoptimuman portofolio *mean-variance* dan penggunaan berbagai metode untuk penentuan solusi pengoptimuman portofolio *mean-variance* tersebut.

Perkembangan Praktis Model Pengoptimuman Portofolio Mean-Variance

Berdasarkan hasil studi literatur, terdapat beberapa kondisi praktis di bursa efek yang dapat diimplementasikan ke dalam model pembentukan portofolio *mean-variance*. Hal atau kondisi praktis tersebut antara lain jumlah transaksi minimum, biaya transaksi, pembatasan jumlah saham, pembatasan bobot saham, serta pembatasan terkait sektor saham.

Jumlah Transaksi Minimum

Menurut Darmadji dan Fakhrudin [1], bursa efek memiliki batas minimal dalam jual beli saham di pasar reguler dan pasar tunai yang dikenal sebagai *lot.* Sejak bulan Januari 2014, satu lot saham di Bursa Efek Indonesia terdiri dari 100 lembar saham. Dengan demikian, investor harus membeli saham sebanyak kelipatan dari 100 lembar. Adanya ketentuan lot menyebabkan hasil pengoptimuman *mean variance* tidak dapat digunakan secara langsung oleh investor. Investor harus mengkonversi persentase modal menjadi jumlah lot saham yang harus dibeli di bursa. Sebagai contoh, berdasarkan perhitungan *mean-variance,* seorang investor dengan modal Rp10 juta mengalokasikan 20% modalnya untuk membeli saham A. Misal harga saham A sebesar Rp14 ribu per lembar, maka harga satu lot saham A sebesar Rp1,4 juta. Bila investor tersebut membeli satu lot saham, terdapat sisa modal sebesar Rp600 ribu, yang tidak cukup untuk membeli satu lot saham tersebut. Bila sisa modal ini digunakan untuk membeli saham lain, maka susunan portofolio yang terbentuk tidak lagi sama dengan hasil perhitungan portofolio optimal.

Untuk mengatasi masalah tersebut, diperkenalkan modifikasi model *mean-variance* yang melibatkan besarnya lot minimum. Gagasan ini pertama kali dimunculkan oleh Mansini dan Speranza [15], yakni dengan menambahkan variabel harga per lembar masing-masing saham p_j, sehingga dapat dihitung harga per lot masing-masing saham sebesar $c_j=n_j.p_j$, dengan n_j menyatakan banyaknya lembar saham dalam satu lot. Selanjutnya, besarnya lot saham yang dimasukkan dalam portofolio dinyatakan sebagai bilangan bulat x_j, sehingga besaran $c_j.x_j$ merepresentasikan besarnya modal yang diperlukan untuk membeli aset ke-j. Nilai x_j optimum inilah yang hendak dicari, sehingga solusi dari model [15] berupa bilangan bulat yang menyatakan jumlah lot saham yang harus dimasukkan dalam portofolio optimum. Sebagai catatan, pendekatan pada [15] digunakan pada model portofolio galat mutlak purata [16], bukan model *mean-variance.* Pendekatan lain yang hampir sama untuk pengoptimuman model *mean-variance* dengan batasan jumlah lot dikemukakan oleh Afnaria [17], namun tanpa studi kasus.

Pendekatan berbeda untuk penentuan jumlah lot minimum dikemukakan oleh Streichert *et al.* [18], yang menyatakan f_j sebagai besarnya volume aset minimum untuk aset ke-j, sehingga bobot portofolio dapat dinyatakan sebagai:

 DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019

$$w_j = f_j \cdot y_j \tag{1}$$

dengan y_j suatu bilangan bulat. Dalam pendekatan ini, volume aset minimum f_j dapat dihitung sebagai rasio harga satu lot saham ke-j terhadap total modal yang hendak diinvestasikan. Dengan demikian, hasil perhitungan bobot portofolio menggunakan metode ini menghasilkan bobot berupa pecahan desimal atau persentase, namun telah dicocokkan dengan harga masing-masing lot saham.

Cara lain untuk mengimplementasikan jumlah lot minimum pada model *mean-variance* dikemukakan oleh Lin dan Liu [19] sebagai berikut. Model *mean-variance* dapat dipandang sebagai suatu permasalahan pengambilan keputusan multi objektif (*multi objective decision making*), mengingat model ini bertujuan untuk meminimumkan risiko sambil memaksimumkan hasil (*return*) investasi. Di sisi lain, besarnya hasil yang diharap-kan (*expected return*) pada model *mean-variance* tidak selalu dapat ditentukan dengan mudah. Oleh karena itu, untuk aplikasi praktis, dalam [19] diusulkan suatu model *fuzzy* MODM yang memudahkan investor menentukan kecenderungan tujuan investasi antara memperoleh keuntungan dan mengurangi risiko. Perhitungan solusi atau bobot portofolio dilakukan dengan algoritma genetika (*genetic algorithm*). Chin *et al.* [20] memberikan alternatif perhitungan solusi yang lebih sederhana pada pengoptimuman portofolio dengan kendala jumlah lot transaksi minimum dengan menggunakan *Excel Solver*. Dalam perkembangannya, pembatasan jumlah lot seringkali digabungkan dengan kriteria-kriteria lain, misalnya biaya tran-saksi dan bobot saham [21].

Biaya Transaksi

Mengacu pada Bodie *et al.* [22], biaya transaksi di pasar modal meliputi komisi untuk pialang atau *broker* dan selisih harga permintaan dengan penawaran (*bid-asked spread*) dari *dealer.* Biaya pada transaksi di pasar modal dapat dikeluarkan baik oleh pembeli maupun penjual saham pada saat penyusunan kembali suatu portofolio maupun saat pembelian portofolio untuk disimpan dalam jangka waktu lama [21]. Arnott dan Wagner [23] menyebutkan bahwa biaya transaksi dalam perdagangan saham tidak terlalu besar dan tidak terlalu kecil, namun pengabaian terhadap biaya transaksi akan mempengaruhi hasil investasi dalam jangka panjang.

Gagasan untuk memasukkan variabel biaya transaksi dalam model pembentukan portofolio pertama kali dikemukakan oleh Perold [24], dengan komponen biaya yang meliputi komisi untuk pialang, pajak, efek tak likuid, dan lain sebagainya. Perold mengasumsikan fungsi biaya (*cost function*) berbentuk *V*, yakni bersifat proporsional dalam pembelian aset maupun penjualan aset. Yoshimoto [25] mengembangkan model portofolio *mean-variance* yang secara langsung mencakup fungsi biaya berbentuk *V* dengan metode penyelesaian berupa pemrograman nonlinear (*nonlinear programming*). Best dan Hlouskova [26] mengembangkan model *mean-variance* dengan fungsi biaya yang bersifat lebih umum, yakni berupa tambahan kendala pada model pengoptimuman.

Dalam perkembangannya, biaya transaksi yang dimasukkan pada model pengoptimuman portofolio dapat dibedakan menjadi dua kelompok [21], yakni:

1. Biaya transaksi tetap (*fixed cost*). Suatu biaya sebesar f_j dikenakan bila dan hanya bila aset ke-j dimasukkan ke dalam portofolio, atau bila jumlah investasi pada aset ke-j melebihi suatu nilai batas tertentu. Secara matematis, bila B_j menyatakan biaya transaksi untuk memperoleh aset ke-j, maka biaya transaksi tetap dituliskan sebagai

$$B_j = \begin{cases} f_j & \text{bila } w_j > 0 \\ 0 & \text{bila } w_j \le 0 \end{cases} \tag{2}$$

   Implementasi biaya transaksi tetap dalam pemodelan portofolio *mean-variance* dapat dilihat pada Kellerer *et al.* [35].

2. Biaya transaksi tidak tetap (*variable cost*). Biaya transaksi ini bergantung pada besarnya investasi pada masing-masing saham.

$$B_j = f\left(w_j\right) \tag{3}$$

Lebih lanjut, biaya transaksi tidak tetap di atas dapat dibedakan berdasarkan struktur fungsi matematisnya menjadi tiga kelompok berikut [28]:

1. Biaya transaksi tangga, yakni biaya transaksi tetap/konstan, namun memiliki beberapa kemungkinan nilai yang bergantung pada bobot sah am tersebut. Biaya transaksi ini dapat dinyatakan sebagai:

$$f\left(w_j\right) = \begin{cases} 0 & w_j \le 0 \\ f_1 & 0 < w_j \le M_1 \\ \vdots & \vdots \\ f_m & w_j > M_m \end{cases} \tag{4}$$

2. Biaya transaksi proporsional, yakni biaya transaksi yang sebanding dengan besarnya investasi pada suatu aset. Secara matematis,

$$f\left(w_j\right) = c_j w_j \tag{5}$$

   dengan c_j menyatakan besar biaya tiap bobot saham.

3. Biaya transaksi cekung/cembung sesepenggal (*convex/ concave piecewise*), yakni biaya transaksi dengan proporsional dengan proporsi bergantung pada bobot investasi. Biaya ini juga dapat dipandang sebagai gabungan dari fungsi biaya transaksi tangga dan proporsional yakni:

$$f\left(w_j\right) = \begin{cases} 0 & w_j \le 0 \\ c_1 w_j & 0 < w_j \le M_1 \\ \vdots & \vdots \\ c_m w_j & w_j > M_m \end{cases} \tag{6}$$

   Fungsi tersebut akan bersifat cekung bila $c_1 < c_2 < \ldots < c_m$, dan cembung bila $c_1 > c_2 > \ldots > c_m$.

4. Biaya transaksi dengan batas minimum, yakni biaya transaksi yang bersifat proporsional bila besar investasi pada suatu aset melebihi suatu nilai batas tertentu, namun tidak ada atau konstan bila besar investasi kurang dari nilai batas tersebut.

Terkait dengan pasar modal di Indonesia, masih sangat sedikit literatur yang membahas pembentukan portofolio optimum melibatkan biaya transaksi. Sofariyah *et al.* [29] menggunakan metode algoritma genetika untuk membentuk portofolio saham berdasarkan model *mean-variance,* dengan fungsi biaya proporsional. Suatu riset lain di IPB juga telah dilakukan untuk membentuk portofolio optimum dengan fungsi biaya linear.

Pembatasan Jumlah Saham

Bagi investor, diversifikasi investasi atau investasi pada berbagai aset merupakan salah satu upaya untuk mengurangi risiko investasi. Hal ini secara jelas dinyatakan dalam [30], bahwa investasi pada 10 aset dapat memperkecil risiko mencapai 25% dari risiko investasi pada aset tunggal. Di sisi lain, diversifikasi pada saham yang sangat beragam cenderung lebih merepotkan, mengingat investor atau manajer investasi harus mengamati pergerakan harga masing-masing saham. Di samping itu, Fama [31] menunjukkan bahwa suatu portofolio yang terdiri dari 20 aset atau lebih tidak lagi menurunkan risiko investasi. Seiring dengan peningkatan risiko masing-masing aset, [32] dan [33] merevisi jumlah aset tersebut menjadi 50 aset.

Kebutuhan untuk membatasi banyaknya macam aset inilah yang melandasi munculnya model pembentukan portofolio optimum dengan pembatasan kardinalitas (*cardinality constraint*), yakni pembatasan banyaknya macam saham yang dapat digunakan untuk menyusun portofolio optimum. Secara umum, pembatasan banyaknya macam saham dilakukan dengan mendefinisikan z_i sebagai variabel biner yang akan bernilai 1 (satu) bila saham ke-i turut menyusun portofolio optimum, dan bernilai 0 (nol) bila saham ke-i tidak turut menyusun portofolio optimum. Batasan banyaknya saham portofolio sebesar k dapat dinyatakan sebagai:

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = k \tag{7}$$

bila dikehendaki portofolio yang memuat tepat k macam saham, atau:

$$\sum_{i=1}^{n} z_i \le k \tag{8}$$

bila dikehendaki portofolio yang memuat tidak lebih dari k macam saham. Dapat pula dibuat batas atas dan batas bawah banyaknya saham, yakni:

$$b \le \sum_{i=1}^{n} z_i \le k \tag{9}$$

dengan $0 < b < k$.

Implementasi pembatasan banyaknya saham ke dalam model pengoptimuman portofolio *mean-variance* pertama kali dikemukakan oleh Bienstock *et al.* [34], yang diselesaikan secara eksak dengan metode *branch and cut.*

Dalam perkembangannya, muncul berbagai teknik penyelesaian masalah pengoptimuman portofolio dengan pembatasan kardinalitas ini. Woodside-Oriakhi *et al.* [35] mencatat bahwa metode penyelesaian masalah pengoptimuman portofolio dengan batasan ini dapat dibedakan dalam dua kelompok besar, yakni: (1) Penyelesaian eksak, misalnya metode *branch and cut* [34], metode *contour domain cut* [36], metode *branch and bound* [37], serta metode pemrograman pembeda-an fungsi konveks [38]; (2) Penyelesaian heuristik, misalnya dengan algoritma genetika, *simulated annealing*, dan pencarian tabu [39], jaringan saraf tiruan [40], algoritma evolusioner multi objektif [41] dan algoritma genetika multiobjektif [42].

Pembatasan Bobot Saham

Dalam praktis, pembatasan banyaknya saham penyusun portofolio (kardinalitas) tidak dapat menjamin terjadinya diversifikasi. Suatu portofolio yang tersusun oleh k dari n saham dapat pula didominasi oleh satu atau dua saham dengan bobot atau proporsi besar, sedangkan saham-saham lainnya mendapatkan proporsi yang sangat kecil.

Untuk menjamin adanya diversifikasi dan mencegah adanya saham "dominan" dalam suatu portofolio, diperkenalkan pembatasan bobot saham (*treshold constrain*) sebagai batasan bobot masing-ma-sing saham pada suatu portofolio. Misal w_j menyatakan proporsi aset ke-j dalam suatu portofolio, pembatasan bobot aset tersebut dapat dituliskan sebagai:

$$l_j \le w_j \le u_j \tag{10}$$

dengan $l_j < u_j$ berturut-turut menyatakan batas bawah dan batas atas dari bobot aset ke-j [28]. Bila $l_j > 0$, hal ini berarti bahwa aset ke-j harus dimasukkan ke dalam portofolio. Dalam penelitian Chang *et al.* [39] dan Woodside-Oriakhi *et al.* [35], pembatasan bobot saham ini dapat digabungkan dengan pembatasan jumlah saham dalam portofolio, sehingga digunakan bentuk:

$$z_j l_j \le w_j \le z_j u_j \tag{11}$$

dengan z_j seperti didefinisikan pada model dengan pembatasan kardinalitas. Pada model ini, batasan bobot saham hanya berlaku bila saham ke-j tersebut ikut menyusun portofolio optimum. Pendekatan yang hampir sama juga dapat dilihat pada Bartholomew-Biggs dan Kane [43]. Tantangan lain dalam pembatasan bobot saham adalah penentuan besarnya batas yang sesuai sehingga keuntungan investor tetap terjamin. Diperlukan riset lebih lanjut untuk mengungkap batas yang tepat untuk portofolio ini.

Pembatasan Sektoral

Saham-saham yang tersedia di pasar modal umumnya berasal dari perusahaan dengan berbagai bidang usaha. Oleh karena itu, dibentuk kelompok-kelompok perusahaan sesuai dengan bidang usaha masing-masing. Sebagai contoh di Bursa Efek Indonesia, terdapat sejumlah sektor perusahaan, yakni pertambangan, pertanian, industri dasar dan kimia, aneka industri, konsumsi, properti, barang konsumsi, keuangan, infrastruktur, manufaktur, serta perdagangan dan jasa [1]. Saham-saham pada sektor yang sama dapat memiliki kemiripan risiko. Oleh karena itu, portofolio dengan saham dari berbagai sektor diharapkan memiliki risiko lebih rendah dibandingkan portofolio yang didominasi oleh saham dari sektor usaha tertentu.

 DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019

Pembatasan sektor dalam pembentukan portofolio optimum dapat dilakukan dengan dua metode, yakni pembatasan banyaknya saham perusahaan dari sektor tertentu maupun pembatasan jumlah bobot saham dari sektor tertentu. Sebagai contoh, dengan cara pertama, seorang investor dapat membatasi portofolionya agar memuat tidak lebih dari tiga saham sektor perbankan, sedangkan dengan cara kedua, investor membatasi agar bobot saham sektor perbankan dalam portofolionya tidak lebih dari 20%. Kedua cara ini merupakan pengembangan dari model pembatasan kardinalitas dan pembatasan bobot saham di muka.

Untuk pembatasan banyaknya saham, digunakan variabel-variabel biner sejumlah sektor saham yang hendak dibatasi. Misal ada dua sektor yang banyak sahamnya hendak dibatasi, maka didefinisikan dua buah variabel biner sebagai berikut:

$$z_{1j} = \begin{cases} 1 & \text{bila saham ke-j anggota sektor A} \\ 0 & \text{bila saham ke-j bukan anggota sektor A} \end{cases} \quad (12)$$

dan

$$z_{2j} = \begin{cases} 1 & \text{bila saham ke-j anggota sektor B} \\ 0 & \text{bila saham ke-j bukan anggota sektor B} \end{cases} \quad (13)$$

Selanjutnya, misal k_1 dan k_2 berturut-turut menyatakan banyaknya saham dari sektor A dan sektor B yang boleh digunakan untuk membentuk portofolio optimum, maka kendala yang ditambahkan pada model *mean-variance* adalah:

$$\sum_{i=1}^{n} z_{1i} \le k_1 \quad (14)$$

dan

$$\sum_{i=1}^{n} z_{2i} \le k_2 \quad (15)$$

Dapat dilihat bahwa banyaknya variabel biner dan banyaknya kendala yang ditambahkan adalah sama dengan banyaknya sektor yang hendak dibatasi. Untuk pembatasan bobot saham, mula-mula ditentukan himpunan aset-aset yang berada pada sektor yang sama. Misal himpunan A dan B berturut-turut memuat saham dari dua sektor yang hendak dibatasi bobotnya. Pada model *mean-variance*, ditambahkan dua kendala berikut:

$$l_1 \le \sum_{j \in A} w_j \le u_1 \quad (16)$$

dan

$$l_2 \le \sum_{j \in B} w_j \le u_2 \quad (17)$$

dengan l_1 dan l_2 berturut-turut menyatakan bobot minimum sektor A dan B, serta u_1 dan u_2 berturut-turut menyatakan bobot maksimum sektor A dan B dalam portofolio. Dengan metode ini, pembatasan tiap satu sektor memerlukan tambahan satu tambahan kendala pada model *mean-variance*.

Dalam praktis, pembatasan sektoral tidak hanya dapat dikenakan pada sektor-sektor usaha masing-masing emiten saham, namun juga pada kepemilikan (misal saham perusahaan milik Negara dan perusahaan milik swsta), besarnya risiko, dan berbagai kriteria lain. Contoh kasus pembentukan portofolio dengan pembatasan banyaknya saham sektoral dapat dilihat pada [44], sedangkan pembatasan bobot saham (dan kriteria lainnya) dapat dilihat pada [10] serta [21].

Pengambilan Keputusan

Kendala terkait pengambilan keputusan merupakan bentuk yang lebih umum dari pembatasan banyaknya saham dalam portofolio. Menurut [21], terdapat tiga bentuk kriteria yang dapat digunakan dengan variabel biner seperti pada pembatasan kardinalitas, yakni:

1. Investasi bersama: aset ke-*i* dan aset ke-*j* harus dimasukkan dalam portofolio bila aset ke-*k* dimasuk-kan dalam portofolio. Bentuk ini dapat dirumuskan sebagai kendala:
   $z_i + z_j \ge 2z_k$ (18)
2. Investasi saling asing: hanya salah satu dari aset ke-*i* atau aset ke-*j* yang dapat dimasukkan dalam portofolio. Secara matematis, hal ini dapat dituliskan sebagai:
   $z_i + z_j \le 1$. (19)
3. Investasi kontingen: aset ke-*i* hanya dapat dimasukkan dalam portofolio bila aset ke-*j* juga dimasukkan dalam portofolio tersebut, atau secara matematis:
   $z_i \le z_j$. (20)

Dalam praktis, kendala-kendala ini dapat digunakan secara subjektif oleh investor. Kendala pengambilan keputusan juga dapat dikembangkan menjadi pengaturan batas transaksi atau perubahan bobot portofolio multiperiode, seperti dibahas pada Crama dan Schyns [45].

Gabungan Beberapa Kendala

Soleimani *et al.* [10] mengembangkan model *mean-variance* dengan empat kendala sekaligus, yakni batasan jumlah lot transaksi minimum, batasan kardinalitas, batasan bobot saham, dan batasan sektor saham. Untuk mencapai hal itu, dibentuk model *mean-variance* dengan sembilan kendala (*constraint*), yang diselesaikan dengan metode algoritma genetika dalam waktu 16-17 menit. Adapun dalam [12], diselesaikan masalah pengoptimuman portofolio sama seperti di atas, namun dengan metode algoritma gerombolan partikel. Metode ini diketahui bekerja lebih efektif dibandingkan algoritma genetika.

Metode Komputasi Bobot Portofolio Mean-Variance dengan Modifikasi

Secara umum, metode penyelesaian masalah pembentukan portofolio optimum *mean-variance* dengan berbagai tambahan kendala dapat dibedakan menjadi dua kelompok, yakni metode eksak (pemrograman matematis) dan metode heuristik, misalnya algoritma genetika, pencarian Tabu, *simulated annealing*, dan sebagainya. Metode-metode heuristik biasanya digunakan bila kendala pemrograman cukup rumit.

Pemrograman Matematis

Masalah pokok dalam pembentukan portofolio investasi adalah pengoptimuman, yakni upaya untuk memaksimumkan atau meminimumkan suatu besaran tertentu (tujuan), yang bergantung pada sejumlah berhingga variabel masukan. Variabel-variabel tersebut dapat saling berhubungan melalui adanya kendala (*constraint*). Suatu masalah pengoptimuman yang tujuan dan kendalanya dinyatakan dalam bentuk fungsi matematis disebut pemrograman matematis [46].

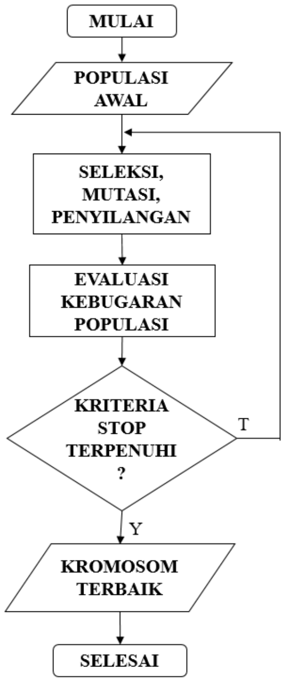
Dalam konteks pengoptimuman portofolio *mean-variance*, fungsi objektif/tujuan yang digunakan memiliki suku kuadratik, yakni $\sigma_{ij}w_iw_j$, dengan kendala berupa fungsi linear. Oleh karena itu, permasalahan tersebut dapat dipandang sebagai suatu masalah pemrograman kuadratis (*quadratic programming*). Fabozzi *et al.* [47] menyebutkan bahwa pemrograman kuadratis dapat diselesaikan dengan berbagai metode, misalnya metode titik interior (*interior point method*), metode Karush-Kuhn-Tucker, metode Dual, dan sebagainya. Penambahan batasan berupa bobot maksimum saham, bobot maksimum sektoral, dan biaya transaksi (tetap atau proporsional) dapat dinyatakan sebagai tambahan kendala linear dalam pemrograman kua-dratis tersebut, sehingga penyelesaiannya dapat ditentukan seperti pada model pengoptimuman *mean-variance* biasa.

Pada pengoptimuman portofolio *mean-variance* dengan pembatasan jumlah lot transaksi minimum, diperlukan solusi dalam bentuk bilangan bulat sebagai jumlah lot saham yang perlu dimasukkan dalam portofolio. Permasalahan ini digolongkan sebagai masalah pemrograman kuadratis dengan solusi bilangan bulat (*integer quadratic programming*), dan dapat diselesaikan dengan metode cabang dan batas (*branch and bound*), metode bidang potong (*cutting plane*), pemrograman disjungtif (*disjunctive programming*), maupun kombinasi berbagai metode tersebut [47].

Algoritma Genetika

Algoritma genetika merupakan suatu metode heuristik yang dikembangkan berdasarkan prinsip genetika dan proses seleksi alam sesuai teori evolusi Darwin. Suatu populasi yang terdiri dari sejumlah individu mengalami evolusi sesuai kriteria tertentu, hingga pada akhirnya diperoleh individu dengan nilai kebugaran (*fitness*) tertinggi. Metode algoritma genetika ditemukan oleh John Holland pada dekade 1960-1970, dan dipopulerkan oleh Goldberg, salah satu mahasiswanya, pada tahun 1989 [48].

Secara umum, proses pengoptimuman dengan algoritma genetika adalah sebagai berikut. Mula-mula dibentuk populasi, yakni sekumpulan individu yang diwakili oleh kromosom sebagai representasi dari nilai variabel-variabel yang hendak dioptimumkan. Setiap kromosom terdiri dari sejumlah gen sesuai banyaknya variabel yang terlibat dalam pengoptimuman (termasuk variabel lempai/*slack*, bila diperlukan). Gen tersebut dapat berupa bilangan biner (bernilai 0 atau 1) maupun bilangan real (bilangan dengan desimal). Berdasarkan fungsi objektif atau fungsi tujuan pengoptimuman, dibentuk fungsi kebugaran (*fitness function*), yang digunakan untuk menilai kebugaran dari masing-masing individu. Fungsi kebugaran ini juga dapat memuat suatu penalti sebagai representasi dari kendala (*constraint*) pada pengoptimuman. Selanjutnya, populasi akan mengalami evolusi yang terdiri dari tiga proses, yakni mutasi (perubahan gen), seleksi (pemilihan individu dengan kebugaran relatif tinggi untuk disilangkan), dan persilangan/*crossover* (pembentukan individu baru yang mewarisi sifat-sifat induknya). Proses evolusi ini menghasilkan individu-individu baru, yang merepresentasikan kandidat solusi optimum. Proses evolusi dapat dihentikan setelah mencapai jumlah generasi tertentu atau bila tidak ada lagi perubahan nilai kebugaran tertinggi (individu yang memiliki kebugaran terbaik) setelah beberapa generasi. Penjelasan yang lebih lengkap mengenai algoritma genetika dapat diperoleh dalam beberapa literatur, misalnya [48] atau [49].



Gambar 1. Tahapan Algoritma Genetika

Gagasan penggunaan algoritma genetika dalam penentuan bobot portofolio *mean-variance* pertama kali dikemukakan oleh Arnone *et al.* [50], yakni dengan kromosom berupa bilangan bulat positif. Algoritma Genetika untuk *mean-variance* dengan kromosom biner dikemukakan oleh Shoaf dan Foster [51] dan Taufiq dan Rostianingsih [18].

Algoritma genetika juga digunakan dalam pembentukan portofolio *mean variance* dengan pembatasan jumlah lot transaksi minimum, yakni dengan kromosom berupa bilangan real positif kurang dari 1 [19]. Dalam pemodelan portofolio optimum *mean-variance* dengan pembatasan kardinalitas, digunakan algoritma genetika dengan kromosom terdiri dari dua bagian yakni himpunan Q aset dari K aset tersedia dan K buah bilangan real positif kurang dari 1 [39,53]. Dapat pula digunakan kromosom berupa pilihan sejumlah aset (algoritma genetika kombinatorik) dari aset-aset yang tersedia, lalu dibandingkan portofolio optimum yang terbentuk dari masing-masing pilihan aset tersebut [35]. Fleksibilitas algoritma genetika ini terlihat pada kemampuannya untuk digunakan dalam pengoptimuman portofolio dengan beberapa batasan sekaligus, misalnya pada Soleimani *et al.* [10]. Pada penyelesaian [10], digunakan algoritma genetika dengan kromosom berupa bilangan real.

Simulated Annealing

Simulated annealing merupakan metode pengoptimuman lokal heuristik yang pertama kali diperkenalkan oleh Kirkpatrick *et al.* [54]. Algoritma *simulated annealing* meniru proses pembentukan kristal, yakni pemanasan bahan padat hingga mencapai suhu di atas titik lelehnya, dilanjutkan dengan pendinginan secara

 DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019

bertahap hingga diperoleh bentuk kristal dengan susunan atom yang sangat teratur dengan probabilitas energi yang minimum. Pendinginan secara tiba-tiba dapat merusak kristal sehingga dihasilkan bentuk yang tidak teratur, dengan proba-bilitas energi yang lebih besar dari energi minimum. Dengan kata lain, keberhasilan pembentukan kristal ditentukan oleh suhu sistem dan pengaturannya. Proses pembentukan kristal inilah yang menjadi analogi dari proses pengoptimuman, dengan tujuan meminimumkan besarnya energi [48]. Walaupun demikian, algoritma *simulated annealing* juga dapat digunakan untuk menentukan nilai maksimum suatu variabel.

Proses pengoptimuman dengan metode *simulated annealing* dimulai dengan pendu-gaan nilai-nilai variabel yang akan dicari nilai optimumnya sebagai penyelesaian awal (*initial solution*). Selanjutnya dilakukan pemanasan (*heating*), yakni pengubahan atau modifikasi nilai masing-masing variabel secara acak, dengan "suhu" yang lebih tinggi merepresentasikan fluktuasi yang lebih besar. Dihitung besarnya selisih energi (nilai fungsi objektif) sesudah dan sebelum modifikasi dengan rumus

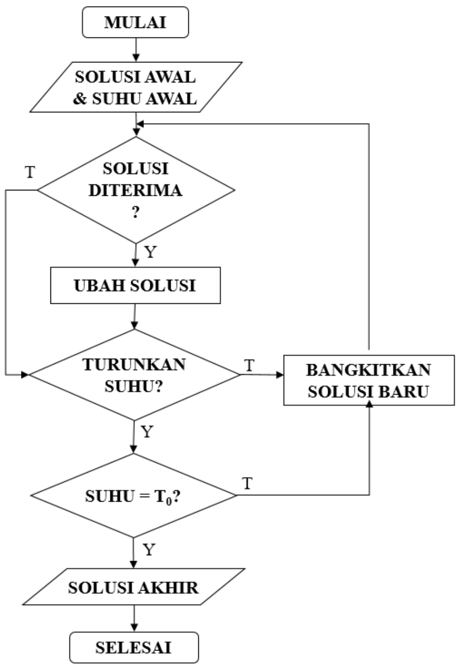
$$\Delta = E_{\text{sesudah}} - E_{\text{sebelum}} \tag{21}$$

dengan E_{sesudah} dan E_{sebelum} berturut-turut merepresentasikan besarnya fungsi objek-tif berdasarkan nilai-nilai sesudah dan sebelum pemanasan. Nilai $\Delta \leq 0$ menunjukkan bahwa hasil modifikasi memiliki energi lebih rendah dibandingkan kondisi awal, sehingga nilai-nilai variabel hasil modifikasi akan menggantikan nilai-nilai variabel mula-mula. Sebaliknya, nilai $\Delta > 0$ menunjukkan bahwa hasil modifikasi memiliki energi lebih tinggi dibandingkan kondisi awal. Mengacu pada [39], hasil ini masih dapat diterima dengan probabilitas tertentu yang dihitung berdasarkan besarnya "suhu". Dalam hal ini, suhu awal T_0 bernilai lebih tinggi dan akan mengalami penurunan terus-menerus hingga dicapai suhu akhir T_N. Proses penurunan suhu dikendalikan oleh suatu jadwal pendinginan (*cooling schedules*) yang menyebabkan suhu membentuk barisan aritmatik menurun, barisan geometrik menurun, dan sebagainya. Informasi lebih lanjut terkait pengoptimuman dengan meetode *simulated annealing* dapat dilihat pada Pham dan Karaboga [51].

Penggunaan metode *simulated annealing* dalam pembentukan portofolio optimum *mean-variance* pertama kali dilakukan oleh [39], dengan modifikasi model berupa pembatasan kardinalitas. Crama dan Schyns [45] menggunakan *simulated annealing* dalam pengoptimuman portofolio dengan pembatasan kardinalitas, pembatasan bobot, dan pembatasan terkait jual beli saham. Woodside-Oriakhi *et al.* [35] memodifikasi proses *simulated annealing* pada [39] hingga diperoleh algoritma yang lebih cepat. Lazulfa dan Saputro [56] menerapkan metode *simulated annealing* pada model portofolio *mean-variance* dengan batasan jumlah proporsi pembelian minimum (*buy-in threshold*).

Pencarian Tabu

Pencarian Tabu (*Tabu search*) merupakan metode pencarian solusi optimum lokal yang dikembangkan untuk menyelesaikan masalah pemrograman kombinatorial. Istilah "Tabu" berasal dari bahasa Tonga (bahasa penduduk Tonga di Samudera Pasifik) yang berarti sesuatu yang tidak boleh disentuh karena bersifat sakral/suci [48].



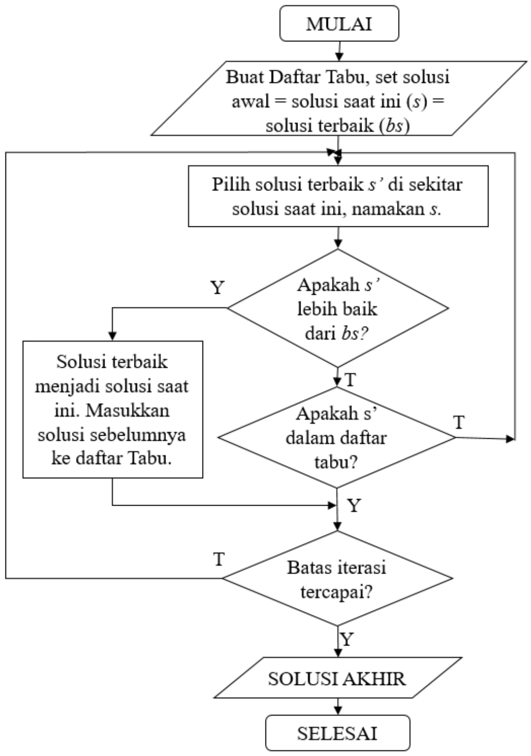
Gambar 2. Tahapan *Simulated Annealing*

Algoritma pencarian tabu diawali dengan suatu solusi awal yang kemudian dievaluasi dan dibandingkan dengan nilai-nilai di sekitarnya (*neighbourhood*). Solusi terbaik menjadi nilai awal untuk iterasi selanjutnya. Arah pencarian yang menghasilkan solusi lebih buruk dimasukkan ke dalam suatu daftar Tabu (*Tabu list*) dan tidak akan digunakan kembali. Dengan cara ini, proses pencarian tidak akan kembali ke titik atau solusi awal [39].

Suatu daftar Tabu yang memuat *seluruh* langkah yang menghasilkan solusi lebih buruk memerlukan memori yang sangat banyak dan menyebabkan peningkatan waktu untuk memeriksa seluruh isi daftar Tabu. Oleh karena itu, umumnya ditentukan panjang daftar Tabu (*Tabu list length*) sebesar T_s langkah. Menggunakan cara ini, hanya T_s langkah terakhir yang menuju solusi lebih buruk yang akan disimpan dalam daftar Tabu. Dengan kata lain, setelah T_s langkah, suatu langkah akan dikeluarkan kembali dari daftar Tabu tersebut. Penentuan nilai T_s yang terlalu kecil dapat menyebabkan pencarian terjebak di suatu lokasi (*cycling*), sedangkan nilai T_s yang terlalu besar menyebabkan suatu daerah atau persekitaran tidak cukup dijelajahi, sehingga solusi optimum gagal diperoleh [57].

Di samping daftar Tabu, dalam metode ini dikenal pula kriteria aspirasi (*aspiration criteria*), yakni kriteria untuk mengeluarkan suatu langkah dari daftar tabu. Metode ini digunakan agar pencarian tabu tidak terhenti di satu langkah tertentu dan mencegah hilang atau terlewatnya solusi optimum yang hendak dicari. Salah satu kriteria aspirasi yang paling terkenal adalah mengizinkan langkah dalam daftar tabu yang menghasilkan solusi lebih baik dibandingkan solusi yang ada [57].

Dalam konteks pengoptimuman portofolio *mean-variance*, metode pencarian Tabu pertama kali dipergunakan oleh Rolland [58]. Selanjutnya, dalam [35] dan [39], metode pencarian Tabu digunakan pada pemodelan portofolio optimum *mean-variance* dengan pembatasan kardinalitas.



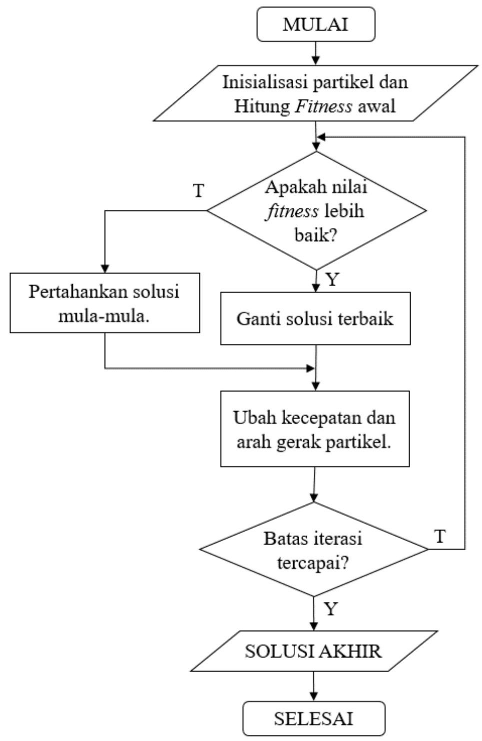
Gambar 3. Tahapan Pencarian Tabu

Algoritma Gerombolan Partikel

Metode pengoptimuman gerombolan partikel (*Particle swarm optimization*) mengambil inspirasi dari perilaku binatang, misalnya burung dan ikan yang hidup dalam kelompok. Metode ini ditemukan oleh Kennedy dan Eberhart [59], dan segera menjadi populer khususnya pada pengoptimuman dengan solusi berupa bilangan real.

Mirip dengan algoritma genetika, pencarian solusi pada algoritma gerombolan partikel dimulai dengan pembentukan *swarm*, yakni populasi yang terdiri dari sejumlah partikel [48]. Dalam hal ini, partikel merupakan kandidat atau calon solusi yang bergerak dalam himpunan kandidat solusi yang merupakan suatu hiperbidang (*hyperplane*) dengan kecepatan tertentu. Nilai-nilai bilangan real pada masing-masing partikel merepresentasikan posisi partikel dalam hiperbidang tersebut. Menggunakan fungsi tertentu, dapat dihitung nilai kebugaran (*fitness*) masing-masing partikel. Posisi yang menghasilkan kebugaran tertinggi pada masing-masing partikel dinamakan *pbest*, sedangkan posisi partikel dengan kebugaran tertinggi dalam *swarm* dinama-kan *gbest*. Di sekitar tiap-tiap partikel, posisi yang menghasilkan nilai kebugaran tertinggi dinamakan *lbest* [60].

Proses pencarian dimulai dengan pengukuran nilai kebugaran masing-masing partikel yang dibandingkan dengan nilai kebugaran terbaik pada tahap perulangan (iterasi) sebelumnya, yakni *pbest*. Nilai *pbest* akan berubah bila lokasi baru meng-hasilkan nilai kebugaran lebih tinggi dari *pbest*. Selanjutnya, hitung nilai kecepatan dan posisi masing-masing partikel dengan rumus tertentu. Proses pengukuran kebugaran, penghitungan kecepatan, dan posisi baru masing-masing partikel dilakukan terus menerus hingga batas maksimum iterasi tercapai atau hingga solusi terbaik global (*gbest*) tidak mengalami perubahan setelah beberapa kali pengulangan [61]. Diagram alir proses pengoptimuman dengan algoritma gerombolan partikel dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Tahapan Algoritma Gerombolan Partikel

Perhitungan bobot portofolio optimum metode *mean-variance* menggunakan algoritma gerombolan partikel diperkenalkan oleh Cura [62], yakni dengan tambahan pembatasan kardinalitas. Model pengoptimuman yang hampir sama juga diselesaikan dengan algoritma gerombolan partikel oleh Cui *et al.* [61]. Golmakani dan Fazel [12] mengembangkan penggunaan algo-ritma gerombolan partikel pada pemodelan portofolio *mean-variance* dengan sejumlah batasan, yakni pembatasan kardinalitas, jumlah lot transaksi minimum, batasan bobot saham, dan batasan sektoral. Tinjauan lengkap mengenai penerapan algoritma gerombolan partikel dalam pengoptimuman portofolio dapat dilihat pada Ertelince dan Kalayci [63].

Algoritma Koloni Lebah Buatan

Algoritma koloni lebah buatan (*Artificial bee colony algorithm*) pertama kali dicetuskan oleh Karaboga dan Basturk [64] guna pengoptimuman masalah kombinatorik. Algoritma lain dengan nama yang hampir sama adalah algoritma lebah (*Bees algorithm*) yang dikemukakan oleh Pham *et al.* [65]. Dalam tulisan ini hanya akan dibahas algoritma koloni lebah buatan, mengingat metode ini lebih dikenal dan telah dikembangkan untuk pembentukan portofolio optimum.

Algoritma koloni lebah buatan diinsipirasi oleh perilaku lebah (*Apis* sp.) sehari-hari, khususnya dalam pencarian makanan (nektar). Diasumsikan terdapat tiga kasta lebah terkait tugasnya dalam mencari nektar, yakni lebah pencari (*scout*), lebah pengamat (*onlooker*) dan lebah pekerja (*employed*). Lebah pencari bertugas melakukan eksplorasi untuk menemukan sumber makanan baru. Setelah sumber ditemukan, lebah pencari beralih fungsi menjadi lebah pekerja untuk mengangkut makanan menuju ke sarang. Di sarang, lebah pekerja dapat

 DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019

menginformasikan lokasi sumber makanan kepada lebah pengamat dalam bentuk tarian (*waggle dance*), dan lebah pengamat turut menjadi lebah pekerja yang mengangkut makanan dari sumber tersebut. Lebah pekerja juga dapat beralih menjadi lebah pengamat, atau dapat terus bekerja tanpa melakukan penyampaian informasi dalam bentuk tarian. Aktivitas lebah pekerja di sarang ini bergantung pada potensi sumber makanan yang tersedia. Dengan cara ini, sumber makanan yang melimpah akan lebih banyak dikunjungi dibandingkan sumber makanan yang telah menipis. Dengan memorinya, lebah-lebah tersebut akan mengingat lokasi sumber makanan yang melimpah dan melupakan lokasi sumber makanan yang menipis [66].

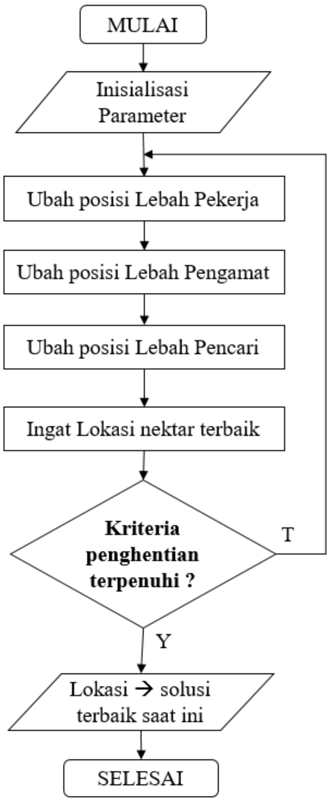
Mengacu pada [65] dan [66], proses pengoptimuman dengan algoritma koloni lebah buatan diawali dengan penentuan jumlah lebah pekerja (umumnya 50% dari populasi), ekuivalen dengan jumlah dugaan solusi awal (*initial solution*) yang ditentukan secara acak. Solusi ini umumnya dinyatakan sebagai koordinat lokasi sumber makanan, yakni suatu vektor berdimensi sesuai banyaknya parameter yang hendak dioptimumkan. Untuk setiap sumber makanan (kandidat solusi), nilai fungsi objektif dinyatakan sebagai banyaknya kandungan nektar. Adapun proses yang dilakukan berulang terdiri dari tiga tahap, yakni: (1) Penempatan lebah pengamat dan lebah pekerja ke lokasi-lokasi sumber makanan. Dalam hal ini, lebah pengamat ditempatkan ber-dasarkan informasi dari lebah pekerja yang disampaikan dalam bentuk tarian *waggle;* (2) Pengukuran kandungan nektar di lokasi sumber makanan yang disinggahi oleh lebah. Baik lebah pengamat maupun lebah pekerja dapat mencari sumber makanan baru di sekitar lokasi semula; (3) Bila suatu lokasi sumber makanan menghasilkan solusi yang kurang optimum setelah beberapa iterasi, lebah pekerja akan meninggalkan lokasi tersebut (*abandoned food source*) dan berubah menjadi lebah pencari yang mencari sumber makanan baru secara acak.

Ketiga proses di atas dilakukan hingga batas pengulangan tercapai, atau suatu syarat penghentian tertentu dipenuhi. Dalam bentuk diagram, proses pengoptimuman menggunakan algoritma koloni lebah buatan dapat dilihat pada Gambar 5.

Chen *et al*. [67] menyatakan bahwa penggunaan algoritma koloni lebah buatan dalam pembentukan portofolio memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan pengoptimuman portofolio menggunakan pencarian tabu, *simulated annealing*, dan pencarian persekitaran (*variable network search*). Wang *et al.* [68] menambahkan bahwa algoritma ini juga bekerja lebih efisien dibandingkan dengan algoritma genetika. Tuba dan Bacanin [11] mengembangkan hibridisasi antara algoritma koloni lebah dan algoritma kunang-kunang (*firefly algorithm*) dalam pembentukan portofolio dengan batasan kardinalitas.

Pembahasan

Berdasarkan uraian di atas, terlihat bahwa metode pembentukan portofolio optimum *mean-variance* telah mengalami banyak modifikasi, terutama untuk menyesuaikan hasil dengan kondisi praktis di pasar modal. Penggunaan berbagai macam algoritma heuristik untuk menyelesaikan masalah ini menunjukkan bahwa pengoptimuman portofolio bukan hanya merupakan masalah di bidang ekonomi atau manajemen, melainkan juga di bidang teknik, komputasi, dan matematika.



Gambar 5. Tahapan Algoritma Koloni Lebah Buatan

Beberapa hasil dari pembandingan metode yang telah dilakukan adalah sebagai berikut: (1) Dalam konteks pengoptimuman secara umum, metode koloni lebah memiliki keunggulan dibandingkan algoritma genetika, pemrograman genetik, dan pemro-graman evolusioner [65]; (2) Pada model pengoptimuman portofolio dengan kendala kardinalitas, metode algoritma genetika memiliki keunggulan dibandingkan metode *simulated annealing* maupun pencarian Tabu [39]. Demikian pula algoritma koloni lebah memiliki keunggulan dari segi konvergensi dan efektivitas dibandingkan *simulated annealing* dan pencarian Tabu [66]; (3) Pada model pengoptimuman portofolio yang cukup kompleks dengan adanya kendala jumlah lot transaksi, kardinalitas, serta kapitalisasi sektor, algoritma genetika telah digunakan [10] dan memberikan hasil yang cukup memuaskan. Dalam [12], ditunjukkan bahwa algoritma gerombolan partikel bekerja lebih baik dibandingkan algoritma genetika.

Ditinjau dari jumlah saham yang dilibatkan dalam proses pengoptimuman, sebagian besar metode tersebut dapat bekerja efektif dengan puluhan saham. Algoritma Genetika [10] bahkan dapat digunakan untuk mengoptimumkan portofolio yang terdiri hingga 2000 saham. Dari sisi praktis, jumlah saham sekitar 50 sudah cukup untuk menurunkan risiko investasi [32] dan [33]. Oleh karena itu, kemampuan algoritma untuk melakukan optimasi hingga ratusan saham tidak dipandang penting dalam perbandingan metode pengoptimuman portofolio.

Sulitnya dilakukan pembandingan metode pengoptimuman portofolio secara menyeluruh disebabkan oleh beberapa faktor sebagai berikut: (1) Berbagai metode pengoptimuman *heuristic* mengalami perkembangan yang cukup pesat, sehingga metode-metode yang lebih "tua" dapat digantikan oleh metode yang lebih baru. Tidak sedikit penelitian yang hanya berfokus pada percobaan dengan satu metode, sehingga tidak dilakukan pembandingan dengan metode-metode lain yang sudah ada; (2) Kemampuan metode *heuristic* dalam menemukan solusi optimum dipengaruhi oleh algoritma yang dipilih serta parameter parameter yang digunakan. Teknik yang sama namun dengan parameter yang berbeda dapat memberikan performa yang berbeda pula. Aki-batnya, tidak mudah membuat generalisasi bahwa salah satu metode pasti lebih baik dibandingkan metode yang lainnya; (3) Peneliti memiliki pilihan data maupun rentang waktu yang sangat banyak. Padahal, agar metode yang ada dapat dibandingkan, perlu digunakan data yang sama. Rentang waktu yang berbeda-beda perlu diambil agar dapat diperoleh kesimpulan yang valid, bukan sekedar kebetulan semata; (4) Tidak semua model pengembangan portofolio didasar-kan pada model *mean-variance* Markowitz. Model-model lain, misalnya yang didasarkan pada galat mutlak purata/*mean absolute deviation* (MAD) dan *Conditional Value-at-Risk* (CVaR), tentu tidak dapat dibandingkan secara tepat dengan model Markowitz.

Uraian di atas sekaligus menunjukkan masih adanya *research gap* yang dapat diteliti, misalnya pengembangan model pengopti-muman portofolio dengan berbagai kendala menggunakan algoritma koloni lebah dan algoritma gerombolan partikel. Di samping itu, penelitian pembandingan antar metode juga dapat dikembangkan lebih lanjut guna menentukan metode yang lebih unggul dan lebih efisien. Peneliti juga dapat mengembangkan model-model portofolio dengan berbagai kendala menggunakan algoritma-algoritma *heuristic* lain, maupun melakukan hibridisasi beberapa metode *heuristic* untuk menyelesaikan masalah peng-optimuman portofolio.

KESIMPULAN

Terdapat beberapa perkembangan dalam model pembentukan portofolio optimum *mean-variance* terkait dengan kondisi real pasar modal, yakni penambahan batasan biaya transaksi, jumlah lot minimum, batasan bobot saham, batasan jumlah saham, batasan sektoral, maupun gabungan dari batasan-batasan tersebut. Konsekuensi dari penambahan batasan adalah diperlukannya metode baru, terutama metode heuristik, untuk menyelesaikan masalah pengoptimuman portofolio. Beberapa metode heuristik yang dapat digunakan antara lain algoritma genetika, pencarian Tabu, algoritma *simulated annealing*, algoritma gerombolan partikel (*particle swarm*), dan algoritma koloni lebah.

DAFTAR PUSTAKA

[1] T. Darmadji, H. M. Fakhrudin, Pasar Modal di Indonesia - Pendekatan Tanya Jawab. Edisi 3. Jakarta: Salemba Empat, 2012.

[2] M. Samsul, Pasar Modal dan Manajemen Portofolio. Jakarta: Erlangga, 2015.

[3] H. M. Markowitz, “Portfolio Selection”. Journal of Finance. vol. 7, pp. 77-91, 1952. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x.

[4] R. Ibnas, M. Irwan, and M. Al Ma'arif, “Implementasi Metode Markowitz dalam Pemilihan Portofolio Saham Optimal” Jurnal Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya, vol. 5(2), pp. 33-36, 2017. https://doi.org/10.24252/jmsa.V5N1P14.

[5] K. A.Latulanit, M. Amin, and M. C. Mawardi, “Analisis Penentuan Portofolio Optimal dengan Menggunakan Model Markowitz pada Perusahaan Sektor Perbankan yang Terdaftar dalam Indeks LQ-45 di Bursa Efek Indonesia” Jurnal Riset Akuntansi, vol. 7(06), pp. 27-41, 2018.

[6] D. Septyanto and B. Kertopati, “Analisis pembentukan portofolio dengan menggunakan Model Markowitz dan Single Index Model pada saham yang masuk dalam Indeks Lq45 di Bursa Efek Indonesia tahun 2009-2013” Jurnal Keuangan dan Perbankan, vol. 16(2), pp. 140-156, 2017.

[7] I. Yunita, “Markowitz Model dalam Pembentukan Porto-folio Optimal (Studi kasus pada Jakarta Islamic Index)” Jurnal Manajemen Indonesia, vol. 18(1), pp. 77-85, 2018. https://doi.org/10.25124/jmi.v18i1.1262.

[8] E. J. Elton, M. J. Gruber, M. W. Padberg, “Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection” Journal of Finance vol. 31(5), pp. 1341-1357, 1976. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1976.tb03217.x.

[9] W. Sharpe, “A Simplified Model of Portfolio Analysis” Management Science vol. 13, pp. 277-293, 1967. https://doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277.

[10] H. Soleimani, H. R. Golmakani, M. H. Salimi, “Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constra-int and regarding sector capitali-zation using genetic algorithm”. Expert System with Applications vol. 36, pp. 5058-5063, 2009. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.06.007.

[11] M. Tuba and N. Bacanin, “Artificial bee colony algorithm hybridized with firefly algorithm for cardinality constrained mean-variance portfolio selection problem” Applied Mathe-matics and Information Sciences, vol. 8(6), pp. 2831-2844, 2014. https://doi.org/10.12785/amis/080619.

[12] H. R. Golmakani and M. Fazel, “Constrained portfolio selection using particle swarm algorithm”. Expert System with Application vol. 38, pp. 8327-8335, 2011. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.01.020.

[13] B. Kitchenham, Procedures for undertaking systematic reviews. Technical Report TR/SE-0401, Department of Computer Science, Keele University and National ICT, Australia Ltd, 2004.

[14] D. Budgen and P. Brereton, Performing systematic literature reviews in software engineering. In Proceedings of the 28th international conference on Software engineering, ACM, pp. 1051-1052, 2006. https://doi.org/10.1145/1134285.1134500.

[15] R. Mansini and M. G. Speranza, “Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots” European Journal of Operational Research, vol. 114, pp. 219-233, 1999. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00252-5.

[16] H. Konno and H. Yamazaki, “Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo Stock Market” Management Science vol. 7(5), pp. 519-531, 1991. https://doi.org/10.1287/mnsc.37.5.519.

[17] Afnaria. “Algoritma Heuristik untuk Problema Pemilihan Portofolio dengan Adanya Transaksi Lot Minimum”. Bulletin of Mathematics. Vol 3(2), pp. 161-174, 2011.

[18] F. Streichert, H. Ulmer, and A. Zell, Evolutionary algo-rithms and the cardinality constrained portfolio optimization problem. In Operations Research Proceedings, 2003, pp. 253-260). Springer, Berlin, Heidelberg.

 DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019

https://doi.org/10.1007/978-3-642-17022-5_33.
[19] C. C. Lin, Y-T. Liu, “Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots” European Journal of Operational Research. vol. 185, pp. 393-404, 2008. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.12.024.
[20] L. Chin, E. Chendra, and A. Sukmana, “Analysis of portfolio optimization with lot of stocks amount constraint: case study index LQ45”. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 300(1), p. 012004, 2018. https://doi.org/10.1088/1757-899X/300/1/012004.
[21] R. Mansini, W. Ogryczak, M. G. Speranza, “Twenty years of linear programming based portfolio optimization” European Journal of Operational Research vol. 234, pp. 518-535, 2014. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.08.035.
[22] Z. Bodie, A. Kane, A. J. Marcus, Investment, sixth edition. New York: McGraw-Hill Companies Inc, 2005.
[23] R. D. Arnott and W. H. Wagner, “The measurement and control of trading costs" Financial Analysts Journal. Vol 46, pp. 73-80, 1990. https://doi.org/10.2469/faj.v46.n6.73.
[24] A. F. Perold, “Large-Scale Portfolio Optimization”. Manage-ment science, vol. 30(10), pp. 1143-1160, 1984. https://doi.org/10.1287/mnsc.30.10.1143.
[25] A. Yoshimoto, “The mean-variance approach to portfolio optimization subject to transaction cost” Journal of the Operational Research - Society of Japan. vol. 39(1), pp. 99-117, 1996. https://doi.org/10.15807/jorsj.39.99.
[26] Best, M.J., dan Hlouskova, “An algorithm for portfolio optimizati-on with transaction cost” Management Science. Vol. 51, pp. 1676-1688, 2005. https://doi.org/10.1287/mnsc.1050.0418.
[27] Kellerer, H., Mansini, R., Speranza, M.G. “Selecting Portfolios with Fixed Cost and Minimum Transaction Lots” Annals of Operations Research, vol. 99, pp. 287-304, 2001. https://doi.org/10.1023/A:1019279918596.
[28] R. Mansini, W. Ogryczak, and M. G. Speranza, Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization. New York: Springer, 2015. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18482-1.
[29] A. Sofariah, D. Saepudin, R. F. Umbara, Optimasi Portofolio Saham dengan Memperhitungkan Biaya Transaksi menggunakan Algoritma Genetika Multi-Objective. e-Proceeding of Engineering. vol. 1, pp. 1156-1168, 2016.
[30] E. J. Elton, M. J. Gruber, S. J. Brown, W. N. Goetzmann, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. Ninth edition. New Jersey: Wiley, 2014.
[31] E. F. Fama, Foundations of Finance: Portfolio Decision and Securities Prices. New York: Basic Books Inc, 1976.
[32] H. Benjelloun, “The Evolution of Risk Diversification” Insurance Markets and Companies: Analyses and Actuarial Computations, vol. 2(2), pp. 94-106, 2011.
[33] J. Y. Campbell, M. Lettau, B. G. Malkiel, Y. Xu, “Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk” The Journal of Finance. Vol. 56 (1), pp. 1-43, 2001. https://doi.org/10.1111/0022-1082.00318.
[34] D. Bienstock, “Computational study of a family of mixed integer quadratic programming problems” Mathematical Programming, vol. 74, pp. 121-140, 1996. https://doi.org/10.1007/BF02592208.
[35] M. Woodside-Oriakhi, C. Lucas, J. E. Beasley, “Heuristic algorithm for the cardinality constrained efficient frontier” European Journal of Operational Research, vol. 213, pp. 538-550, 2011. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.03.030.
[36] D. Li, X. Sun, J. Wang, “Optimal lot solution to cardinality constrained mean-variance formulation for portfolio selection” Mathematical finance vol. 16, pp. 83-101, 2006. https://doi.org/10.1111/j.1467-9965.2006.00262.x.
[37] J. P. Vielma, S. Ahmed, G. L. Nemhauser, “A lifted linear programming branch-and-bound algorithm for mixed integer conic quadratic programs” INFORMS Journal on Computing vol. 20, pp. 438-450, 2008. https://doi.org/10.1287/ijoc.1070.0256.
[38] N. Gulpinar, L. T. H. An, M. Moeini, “Robust investment strategies with discrete asset choice constraints using DC programming”. Optimization vol. 59, pp. 45-62, 2010. https://doi.org/10.1080/02331930903500274.
[39] T-J. Chang, N. Meade, J. E. Beasley, Y. M. Sharaiha, “Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization” Computer & Operations Research vol. 27, pp. 1271-1302, 2000. https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00074-X.
[40] A. Fernandez and S. Gomez, “Portfolio selection using neural networks” Computers & Operations Research vol. 34, pp. 1177–1191, 2007. https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.06.017.
[41] S. C. Chiam, K. C. Tan, A. Al-Mamum, “Evolutionary multiobjective portfolio optimization in practical context” International Journal of Automation and Computing vol. 5, pp. 67–80, 2008. https://doi.org/10.1007/s11633-008-0067-2.
[42] J. Branke, B. Scheckenbach, M. Stein, K. Deb, H. Schmeck, “Portfolio optimization with an envelope-based multi-objective evolutionary algorithm” European Journal of Operational Research vol. 199, pp. 684–693, 2009. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.01.054.
[43] M. C. Bartholomew-Biggs and S. J., “A global optimization pro-blem in portfolio selection”. Compu-tational Management Science, Vol. 6, pp. 329-345, 2009. https://doi.org/10.1007/s10287-006-0038-4.
[44] E.P. Setiawan and D. Rosadi, “Pengoptimuman Portofolio dengan Kendala Karakteristik Perusahaan Emiten” Jurnal Teknik Industri, vol. 19(2), pp. 93-102, 2017. https://doi.org/10.9744/jti.19.2.93-102.
[45] Y. Crama and M. Schyns, “Simulated annealing for complex portfolio optimization problem” European Journal of Operational Research. Vol. 150, pp. 546-571, 2003. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00784-1.
[46] R. Bronson, Teori dan Soal-Soal Operations Research (diterjemahkan H.J. Wospakrik), Jakarta: Erlangga, 1991.
[47] F. J. Fabozzi, P. N. Kolm, D. A. Pachamanova, S. M. Focardi, Robust Portfolio Optimization and Management. New Jersey: Wiley, 2007. https://doi.org/10.3905/jpm.2007.684751.
[48] R. L. Haupt and S. E. Haupt, Practical Genetic Algorithm, 2nd edition. New Jersey: John Wiley and Sons, 2004. https://doi.org/10.1002/0471671746.
[49] Z. Zukhri, Algoritma Genetika: Metode Komputasi Evolusioner untuk Menyelesaikan Masalah Optimasi. Yogyakarta: Penerbit Andi, 2014.
[50] S. Arnone, A. Loraschi, A. Tettamanzi, “A genetic approach to portfolio selection”. Neural Network World, vol. 6, pp. 597-604, 1997.

[51] J. Shoaf and J. A. Foster, The efficient set GA for stock portfolios. In Proceedings of the Decision Science Institute, Orlando, pp. 571–573, 1996.
[52] W. Taufiq and S. Rostianingsih, "Penggunaan Algoritma Gene-tika untuk Pemilihan Portofolio Saham dalam Model Markowitz" Jurnal Informatika vol. 6(2), pp. 105-109, 2005.
[53] T-J Chang, S-C Yang, and K-J. Chang, "Portfolio optimiza-tion problems in different risk measures using genetic algorithm" Expert Systems with Applications vol. 36, pp. 10529-10537, 2009. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.02.062.
[54] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing". Science vol. 220, pp. 671-680, 1983. https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671.
[55] D. T. Pham and D. Karaboga, Intelligent Optimisation Techniques. London: Springer-Verlag, 2000. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-0721-7.
[56] I. Lazulfa and P. H. Saputro, Portfolio optimization with buy-in treshold constraint using simulated annealing algorithm. Prosiding Semi-nar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami, pp. 370-377, 2011.
[57] M. Gendreau, J-Y. Potvin, Tabu Search. In Burke, K.E., Kendall, G. (ed.) Search Methodologies. 2nd edition. New York: Springer, 2014. pp 243-264. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6940-7_9.
[58] E. Rolland, "A tabu search method for constrained real-number search: Applications to portfolio selection". Technical report, 1997.
[59] J. Kennedy and R. C. Eberhart, Particle swarm optimization. In Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, 1995, pp. 1942–1948.
[60] M. Reyes-Sierra and C. A. Collo, "Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art" International Journal of Computational Intelligence Research, vol. 2(3), pp. 287-308, 2006. https://doi.org/10.5019/j.ijcir.2006.68.
[61] T. Cui, S. Cheng, and R. Bai, "A combinatorial algorithm for the cardinality-constrained portfolio optimization problem" Proceeding of the IEEE Congress on Evolutionary Computation pp. 491-498, 2014. https://doi.org/10.1109/CEC.2014.6900357.
[62] T. Cura, "Particle swarm optimi-zation approach to portfolio optimization" Nonlinear analysis: Real world applications, vol. 10(4), pp. 2396-2406, 2009. https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2008.04.023.
[63] O. Ertelince and C. B. Kalayci, "A survey of swarm intelligence for portfolio optimization: algorithms and applications" Swarm and Evolutionary Computation vol. 39, pp. 36-52, 2018. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2018.01.009.
[64] D. T. Pham, A. Ghanbarzadeh, E. Koç, S. Otri, S. Rahim, and M. Zaidi, "The Bees Algorithm-A Novel Tool for Complex Optimisation Problems" Intelligent Production Machines and Systems, pp. 454-459, 2006. https://doi.org/10.1016/B978-008045157-2/50081-X.
[65] D. Karaboga and B. Basturk, "On the performance of the artificial bee colony (ABC) algorithm" Applied Soft Computing, vol. 8, pp. 687-697, 2008. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2007.05.007.
[66] D. Karaboga and B. Akay, "A comparative study of Artificial Bee Colony Algorithm" Applied Mathematics and Computation. Vol. 214, pp. 108-132, 2009. https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.03.090.
[67] A. Chen, Y. C. Liang, C. C. Liu, "An artificial bee colony algorithm for the cardinality-constrained portfolio optimization problems" In Evolutionary Computa-tion (CEC), 2012 IEEE Congress on pp. 1-8. IEEE, 2012. https://doi.org/10.1109/CEC.2012.6252920.
[68] Z. Wang, S. Liu, and X. Kong, "Artificial bee colony algorithm for portfolio optimization problems" International Journal of Advancements in Computing Technology, vol. 4(4), pp. 8-16, 2012. https://doi.org/10.4156/ijact.vol4.issue4.2.

NOMENKLATUR

w_j	bobot aset ke-j pada portofolio
n	banyak aset yang tersedia
k	banyak aset yang hendak dimasukkan pada portofolio
B_j	harga jual saham ke-j pada suatu waktu
l_j	batas bawah nilai harga saham ke-j
u_j	batas atas nilai harga saham ke-j

 DOI: 10.25077/josi.v18.n1.p25-36.2019