

PENGEMBANGAN MODEL *ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY* (EPQ) DENGAN SINKRONISASI DEMAND KONTINU DAN DISKRIT SECARA SIMULTAN

Nurike Oktavia, Henmaidi, Jonrinaldi

Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Andalas, Padang

Email: oktavia.nurike@gmail.com

Abstract

The most popular inventory model to determine production lot size is Economic Production Quantity (EPQ). It shows enterprise how to minimize total production cost by reducing inventory cost. But, three main parameters in EPQ which are demand, machine set up cost, and holding cost, are not suitable to solve issues nowadays. When enterprise has two types of demand, continue and discrete demand, the basic EPQ would be no longer useful. Demand continue comes from customer who wants their needs to be fulfilled everytime per unit time, while fulfillment of demand discrete is at a fixed interval of time. Literature review is done by writers to observe other formulation of EPQ model. As there is no other research can be found which adopt this topic, this study try to develop EPQ model considering two types of demand simultaneously.

Keywords: *Economic Production Quantity, demand kontinue, demand discrete*

Abstrak

Model persediaan yang paling banyak digunakan dalam menentukan ukuran lot produksi adalah Economic Production Quantity (EPQ). Model EPQ mengarahkan perusahaan agar dapat meminimalkan total biaya produksi dengan mereduksi biaya inventori. Parameter model dasar EPQ adalah demand, biaya setup mesin dan biaya simpan persediaan. Ketiga parameter ini saja tidak cukup untuk menghadapi isu-isu yang dihadapi di dunia nyata. Salah satunya adalah ketika perusahaan memiliki dua tipe demand yaitu (1) demand kontinu yang pemenuhannya dilakukan setiap saat per satuan waktu dan (2) demand diskrit yang pemenuhannya dilakukan dalam suatu rentang waktu tertentu. Sejauh literature review yang dilakukan oleh penulis, belum ditemukan formulasi model EPQ yang mempertimbangkan kedua tipe demand tersebut. Sehingga, penelitian ini berusaha mengembangkan model Economic Production Quantity / EPQ untuk menentukan ukuran lot produksi dengan mempertimbangkan dua tipe demand kontinu dan diskrit secara simultan.

Kata kunci: *Economic Production Quantity, demand kontinu, demand diskrit*

1. PENDAHULUAN

Perencanaan produksi adalah langkah yang sangat penting [1] karena merupakan proses menerjemahkan strategi dan tujuan perusahaan kedalam kegiatan produksi [2], salah satu prosesnya yaitu menentukan berapa ukuran lot produksi perusahaan. Model persediaan yang paling banyak digunakan dalam menentukan ukuran lot produksi adalah *Economic Production Quantity* / EPQ [3]. Model EPQ mengarahkan perusahaan agar dapat meminimalkan total biaya produksi dengan mereduksi

biaya inventori [4]. Ballou (1992) menyebutkan bahwa terdapat tiga parameter model dasar EPQ yaitu *demand*, biaya setup produksi dan biaya simpan persediaan per unit [5]. Akan tetapi, Kostic (2007) berpendapat bahwa ketiga parameter ini saja tidak cukup untuk menghadapi isu-isu yang dihadapi di lapangan kerja [6] karena model EPQ klasik belum mengadopsi kondisi-kondisi realistik di perusahaan [7]. Sehingga banyak peneliti mengembangkan model EPQ klasik agar dapat memberi penyelesaian lebih akurat demi menjaga kepuasan *stakeholder* perusahaan dan

meminimalkan biaya persediaan.

Pengembangan model EPQ yang begitu luas mencakup kondisi produk multi-item, adanya kebijakan *backorder*, berkaitan dengan produk yang terdeteriorasi, adanya produk cacat, hingga kegiatan *rework*. Model EPQ klasik menjabarkan kegiatan produksi dilakukan dalam memenuhi *demand* produk yang pemenuhan ke konsumennya dilakukan setiap saat per satuan waktu. Namun, pada situasi real di lapangan banyak kondisi-kondisi yang menyebabkan sebuah perusahaan tidak dapat menerapkan model ini. Salah satunya adalah situasi dimana perusahaan juga memiliki *demand* diskrit [8], yaitu *demand* yang dipenuhi dalam setiap rentang waktu tertentu. Ketika perusahaan juga memiliki tipe *demand* diskrit, maka sebagian hasil produksi akan tersimpan lebih lama di gudang dan meningkatkan biaya simpan produk. Hal ini dikarenakan sifat dari *demand* diskrit yang menyebabkan pengiriman produk tidak dilakukan setiap saat. Produk yang telah diproduksi disimpan selama rentang waktu pengiriman.

Sebuah sistem persediaan dengan *demand* diskrit dirasa lebih alami dalam konteks persediaan dinamis [6], walaupun masih belum banyak pengembangan penelitian di area ini [8]. Beberapa peneliti yang mempertimbangkan *demand* diskrit dalam model EPQ mereka antara lain Chiu *et al* (2009), Chiu *et al* (2012), Wu *et al* (2014), Taleizadeh (2015) dan Chiu *et al* (2014) [9,10,11,12,8]. Akan tetapi, penelitian - penelitian tersebut baru berfokus pada kondisi *demand* diskrit saja, sementara adanya *demand* kontinu dan diskrit secara bersamaan merupakan permasalahan realistik yang dihadapi perusahaan saat ini.

Permasalahan muncul ketika pengambil keputusan harus menentukan jadwal produksi yang mampu memenuhi dua tipe *demand* tersebut dengan mempertimbangkan biaya persediaan. Kondisi ini mempengaruhi penentuan ukuran lot optimal yang tidak lagi dapat menggunakan perhitungan model EPQ klasik karena biaya simpan yang menjadi lebih besar akibat adanya pemenuhan *demand* diskrit, sehingga perusahaan

harus dapat menentukan kapasitas produksi optimal dengan mempertimbangkan adanya penambahan biaya simpan tersebut. Jika perusahaan memproduksi produk dengan jumlah melebihi kapasitas optimal, maka akan berdampak pada tingginya biaya persediaan dan menumpuknya persediaan tiap akhir siklus. Sebaliknya, jika produksi kurang dari kapasitas optimal maka akan terjadi *stockout* yang dapat mengakibatkan *customer satisfaction* menurun, *lost sales* hingga biaya set up tambahan jika diizinkan adanya *backorder*.

Sejauh *literature review* yang dilakukan oleh penulis, belum ditemukan penelitian mengenai *Economic Production Quantity* (EPQ) untuk memperhitungkan ukuran lot produksi dan frekuensi pengiriman optimal dengan mempertimbangkan *demand* kontinu dan diskrit secara simultan. Oleh karena itu, penelitian ini akan mencoba mengembangkan model *Economic Production Quantity* (EPQ) dengan mempertimbangkan kondisi tersebut.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Persediaan

Menurut Rangkuti (2004) [13], persediaan merupakan bahan-bahan/*raw material*, bagian yang disediakan, serta produk dalam sebuah proses/*work-in-process* yang terdapat dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang-barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan setiap waktu. Persediaan pada umumnya tersimpan di gudang, halaman/lapangan, lantai produksi, peralatan transportasi dan rak-rak penyimpanan retailer [5].

Perencanaan persediaan bertujuan untuk mengatur dan mengkoordinasi persediaan, serta mencakup prinsip, konsep, dan teknik yang dibutuhkan dalam menentukan hal-hal berikut [14,15]:

1. Barang apa yang dipesan
2. Berapa banyak barang dipesan
3. Kapan barang diperlukan

4. Kapan perlu memesan untuk kegiatan produksi atau purchasing
5. Bagaimana dan dimana barang akan disimpan
6. Metode distribusi

Ketika sistem persediaan di sebuah perusahaan tidak terkordinasi dengan baik maka akan menimbulkan berbagai masalah dalam rantai pasoknya, seperti kurang matangnya perencanaan produksi dan pengambilan keputusan *replenishment*, menyebabkan *service level* pelanggan yang rendah serta tingginya biaya operasional [16].

Assauri (2004) menyebutkan tujuan pengendalian persediaan adalah [17]:

1. Menjaga agar perusahaan tidak kehabisan persediaan yang dapat mengakibatkan terhentinya kegiatan produksi dan menurunkan *service level* perusahaan.
2. Menjaga agar jumlah persediaan tidak terlalu besar untuk mencegah timbulnya biaya simpan yang tinggi.
3. Meminimasi pemesanan bahan baku dalam lot kecil untuk mengurangi biaya pesan.

2.2. Model Persediaan

Model persediaan klasik, yaitu *Economic Order Quantity* (EOQ), menerangkan perhitungan untuk menentukan jumlah persediaan yang harus dipesan dengan menyeimbangkan biaya simpan dan biaya pesan [18, 19]. Model tersebut kemudian dikembangkan untuk menentukan ukuran *lot size* produksi perusahaan dalam bentuk *Economic Production Quantity* (EPQ).

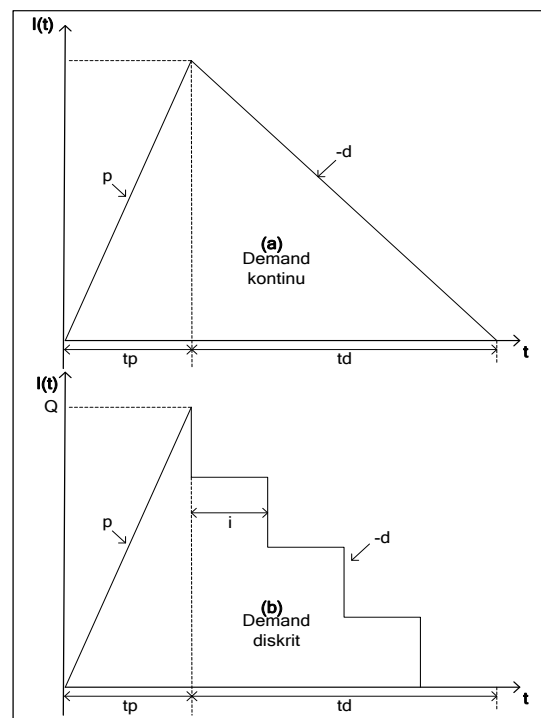
Formulasi EPQ berusaha untuk meminimalkan total biaya persediaan dengan menyeimbangkan agar lot produksi perusahaan semaksimal mungkin tetapi biaya simpan dan biaya pesan dapat seminimal mungkin. Model EPQ melibatkan kegiatan produksi produk sesuai *demand*, bukan membeli barang sesuai kebutuhan. Aspek biaya yang terlibat dalam model EPQ adalah [20]:

1. Biaya Produksi
Biaya aktual yang dikeluarkan untuk memproduksi satu unit produk.

2. Biaya Setup
Biaya tetap yang dikeluarkan ketika mengorder satu lot produksi dan ketika mengatur mesin dan peralatan yang digunakan untuk produksi.
3. Biaya Simpan
Biaya yang dihubungkan dengan kegiatan maintenance persediaan, termasuk biaya gudang, administrasi, asuransi hingga depresiasi produk.

2.3. Demand Kontinu dan Diskrit

Kegiatan produksi berlandaskan pada kemampuan perusahaan dalam memenuhi *demand* yang datang dari konsumen. Sehingga dikembangkan berbagai macam metode sebagai usaha untuk memenuhi *demand* tersebut agar dapat mengoptimalkan margin perusahaan.



Gambar 1. Jumlah Persediaan Model EPQ Pada Tipe Demand (a)Kontinu dan (b)Diskrit
sumber: Kostic (2007) [6]

Model EPQ merupakan salah satu metode tersebut dengan menyeimbangkan *trade-off* antara-biaya-biaya yang dikeluarkan untuk kegiatan produksi dengan kemampuan pemenuhan *demand*.

Tipe *demand* yang diadaptasi pada model EPQ selama ini kebanyakan adalah *demand* kontinu, dengan kondisi produk akan dikirimkan secara terus menerus setiap saat per satuan waktu. Sedangkan dalam kondisi real di lapangan, banyak perusahaan menerima *demand* dengan tipe diskrit, yaitu permintaan produk yang dipenuhi oleh pihak manufaktur dalam suatu interval waktu tertentu i . Frekuensi pengiriman *demand* diskrit terjadi n kali dalam setiap siklus. Gambar 1. memperlihatkan perbedaan jumlah persediaan (*inventory on-hand*) per satuan waktu pada model EPQ dengan *demand* kontinu dan diskrit.

Gambar 1. menggambarkan jumlah persediaan yang disimpan di gudang untuk *demand* tipe kontinu dan diskrit. Asumsi pada gambar tersebut adalah bahwa ukuran lot produksi Q kedua tipe demand adalah sama, serta selama masa produksi t_p tidak terdapat konsumsi demand. Pemenuhan demand d dimulai pada saat t_d . Grafik (a) memperlihatkan bahwa ketika produk dikirim kepada konsumen setiap saat per satuan waktu, grafik akan membentuk garis linear. Sedangkan pada grafik (b), terlihat bahwa demand dikirimkan kepada konsumen dalam kapasitas angkut yang besar dan antara interval waktu tertentu i . Kedua bentuk persediaan ini akan mempengaruhi jumlah persediaan rata-rata serta biaya simpan produk.

3. METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi penelitian menjelaskan langkah-langkah yang dilakukan dalam melaksanakan sebuah penelitian. Terkait dengan penelitian yang akan dilakukan, berikut merupakan tahapan-tahapan dari penelitian tersebut.

3.1. Literature Review

Tahap ini dimulai dengan melakukan riset tentang perkembangan model Economic Production Quantity (EPQ) yang dilakukan dengan me-review jurnal-jurnal penelitian terdahulu. Hal ini dilakukan untuk mencari penelitian yang dapat mendukung dan menentukan apakah penelitian yang akan

diangkat saat ini pernah dilakukan sebelumnya atau tidak. Hingga akhirnya diperoleh posisi penelitian yang akan akan dikembangkan saat ini (state of art).

Selain itu, studi literatur dilakukan untuk mendapatkan referensi yang berkaitan dengan penelitian yang dilakukan, sehingga nantinya diperoleh teori pendukung yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan.

3.2. Identifikasi dan Rumusan Masalah

Identifikasi masalah bertujuan untuk menentukan masalah apa yang akan diselesaikan dalam penelitian, kemudian permasalahan tersebut dirumuskan sehingga menjadi jelas aspek yang akan diteliti.

3.3. Formulasi Model

Formulasi model EPQ dilakukan dengan mempertimbangkan dua tipe demand, yaitu kontinu dan diskrit secara simultan untuk menentukan waktu siklus optimal T . Penentuan solusi optimal akan dilakukan dengan pendekatan aljabar, algoritma dan pendekatan simultan dengan bantuan *software* LINGO 13.0.

3.4. Contoh Numerikal

Sebuah contoh numerikal akan diberikan untuk dicari solusi optimalnya.

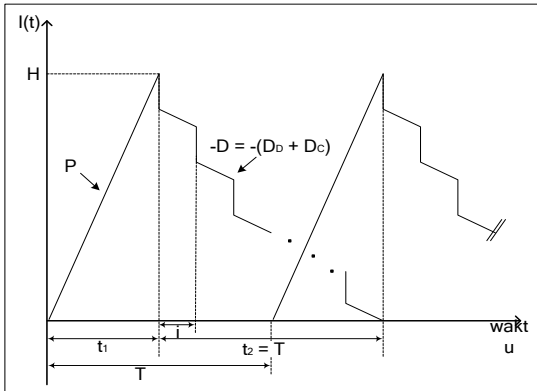
3.5. Penutup

Pada bagian penutup, hasil yang diperoleh pada penelitian ini dirangkum menjadi sebuah kesimpulan yang merujuk pada pencapaian tujuan dari penelitian dan saran yang berguna untuk pelaksanaan penelitian selanjutnya.

4. FORMULASI MODEL

4.1. Asumsi dan Notasi

Pada penelitian ini, model EPQ dikembangkan dengan mempertimbangkan dua tipe permintaan (*demand*), yaitu permintaan kontinu dan diskrit, sehingga *inventory on-hand* yang disimpan digudang menjadi seperti yang terlihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Persediaan Model EPQ dengan Dua Tipe Demand

Adapun asumsi dasar yang digunakan adalah:

1. Interval waktu pengiriman demand diskrit tetap
2. Komponen biaya tidak berubah sepanjang periode produksi
3. Harga produk tetap dan tidak terdapat diskon pembelian
4. Breakdown mesin tidak terjadi selama kegiatan produksi berlangsung
5. Tidak ada kondisi backorder dan rework
6. Deteriorasi mesin dan peralatan tidak terjadi selama kegiatan produksi
7. Kapasitas produksi dan pengiriman adalah tetap
8. Tidak terdapat imperfect product / produk cacat yang dihasilkan
9. Tidak ada safety stock
10. Selama waktu produksi, tidak ada kegiatan konsumsi produk. Demand pada siklus tersebut dipenuhi berdasarkan produksi siklus sebelumnya.
11. Produk yang diproduksi adalah single item product.

Notasi-notasi yang digunakan dalam model tersebut adalah:

Variabel Keputusan

T : panjang waktu siklus (waktu)

Parameter

- H : persediaan maksimal ketika kegiatan produksi berakhir (unit)
 t_1 : lama waktu produksi pada satu siklus (waktu)
 t_2 : waktu yang diperlukan untuk mengirimkan produk pada satu siklus (waktu)

- Q : ukuran lot produksi (unit)
 $I(t)$: jumlah persediaan pada waktu t (unit)
 c_p : biaya produksi (Rp/unit)
 c_s : biaya *set up* mesin (Rp)
 c_f : biaya pengiriman tetap (Rp)
 c_d : biaya pengiriman variabel (Rp/unit)
 h : biaya simpan (Rp/unit.waktu)
 h_1 : biaya simpan produk yang ditanggung konsumen (Rp/unit.waktu)
 D : *demand* total (unit/waktu)
 D_D : *demand* diskrit (unit/ waktu)
 D_C : *demand* kontinu (unit/ waktu)
 p : kapasitas produksi (unit/ waktu)
 n : frekuensi pengiriman demand diskrit dalam satu siklus (bil. integer)

$TC(T,n)$: biaya total per siklus (Rp)

$E[TCU(T,n)]$: biaya rata-rata satu periode produksi (Rp)

4.2. Formulasi Matematis

Kegiatan memproduksi produk akhir membutuhkan biaya produksi per unit produk c_p sebanyak ukuran lot produksi Q , maka biaya produksi dalam satu siklus adalah

$$\text{Biaya produksi per siklus} = c_p \cdot Q \quad (1)$$

Frekuensi replenishment produk dalam satu tahun diperoleh dengan membagi demand D dan ukuran lot produksi Q , yaitu $1/T = D/Q$. Oleh karena itu, diperoleh bahwa $Q = TD$, sehingga biaya produksi dalam satu siklus menjadi

$$\text{Biaya produksi per siklus} = c_p \cdot T \cdot D \quad (2)$$

Sedangkan biaya *set up* mesin c_s merupakan biaya yang diperlukan satu kali untuk proses produksi dalam setiap siklus.

$$\text{Biaya set up per siklus} = c_s \quad (3)$$

Biaya pengiriman produk dibagi menjadi dua, yaitu biaya tetap c_f per tiap pengiriman n untuk demand diskrit serta biaya variabel c_d per unit produk yang dikirim untuk kedua tipe demand, sehingga biaya total pengiriman produk dalam satu siklus adalah

$$\begin{aligned} \text{B. total pengiriman produk per siklus} \\ = (n \cdot c_f) + (c_d \cdot T \cdot D) \end{aligned} \quad (4)$$

Demand diskrit dikirim n kali dalam setiap siklus dengan interval pengiriman i , sedangkan demand kontinu dikirim setiap saat sepanjang t_2 . Gambar 2. menjelaskan bahwa:

$$t_1 = \frac{Q}{P} = \frac{TD}{P} \tag{5}$$

$$H = TD \tag{6}$$

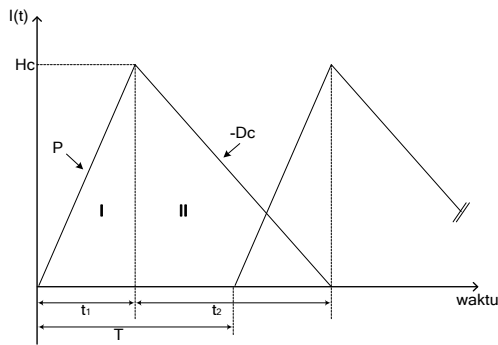
maka,

$$H_D = Q = TD_D \tag{7}$$

$$H_C = Q = TD_C \tag{8}$$

Perhitungan biaya simpan dibagi menjadi 2, yaitu biaya simpan demand kontinu dan biaya simpan demand diskrit.

4.2.1. Biaya simpan demand kontinu



Gambar 3. Persediaan Produk untuk Memenuhi Demand Kontinu pada Model EPQ dengan Dua Tipe Demand

Persediaan rata-rata bagian I:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot t_1 \cdot Q_C \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{TD}{P} \right) (T \cdot D_C) \\ &= \frac{1}{2P} \cdot T^2 \cdot D \cdot D_C \end{aligned} \tag{9}$$

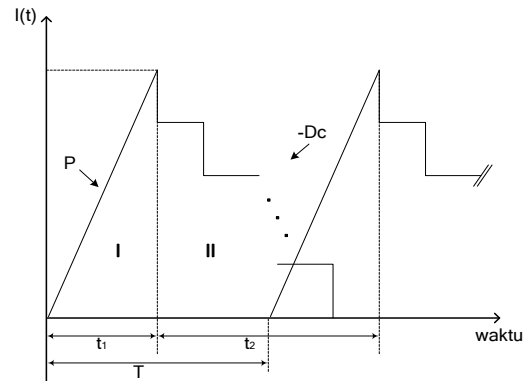
Persediaan rata-rata bagian II:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot T \cdot Q_C \\ &= \frac{1}{2} \cdot T \cdot (T \cdot D_C) \\ &= \frac{1}{2} \cdot T^2 \cdot D_C \end{aligned} \tag{10}$$

Dengan biaya simpan per unit waktu adalah h maka, biaya simpan demand kontinu dalam satu siklus adalah:

$$B. \text{ simpan demand kontinu per siklus} = h \cdot \left[\left(\frac{1}{2P} \cdot T^2 \cdot D \cdot D_C \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot T^2 \cdot D_C \right) \right] \tag{11}$$

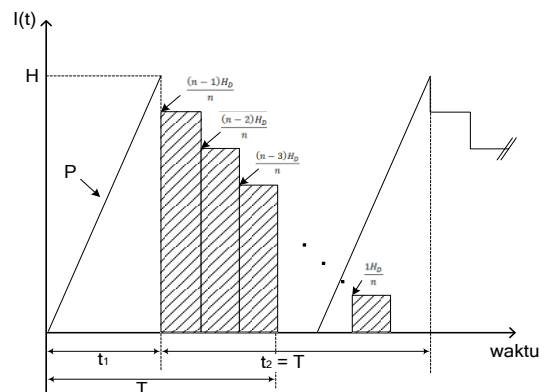
4.2.2. Biaya simpan demand diskrit



Gambar 4. Persediaan Produk untuk Memenuhi Demand Diskrit pada Model EPQ dengan Dua Tipe Demand

Persediaan rata-rata bagian I:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot t_1 \cdot Q_D \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{TD}{P} \right) (T \cdot D_D) \\ &= \frac{1}{2P} \cdot T^2 \cdot D \cdot D_D \end{aligned} \tag{12}$$



Gambar 5. Persediaan Produk Demand Diskrit selama t_2 pada Model EPQ dengan Dua Tipe Demand (Chiu et al, 2009)

Pada bagian II, produk dikirim n kali setiap rentang waktu T/n dengan jumlah total produk yang dikirim adalah sebanyak persediaan maksimum $H_D = Q_D$. Gambar 4. memperlihatkan persediaan selama t_2 untuk memenuhi *demand* diskrit. Persamaan perhitungan biaya simpan *demand* diskrit bagian II ini mengacu pada persamaan oleh Chiu *et al* (2009)

Persediaan rata-rata bagian II:

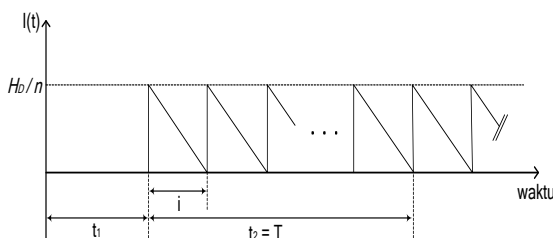
$$\begin{aligned} &= \left(\frac{(n-1)H_D}{n} \cdot \frac{T}{n}\right) + \left(\frac{(n-2)H_D}{n} \cdot \frac{T}{n}\right) + \left(\frac{(n-3)H_D}{n} \cdot \frac{T}{n}\right) + \dots + \left(\frac{1.H_D}{n} \cdot \frac{T}{n}\right) \\ &= \frac{H_D T}{n^2} [(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1] \\ &= \frac{H_D T}{n^2} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \\ &= \frac{(n-1).H_D T}{2n} \end{aligned}$$

dengan mempertimbangkan bahwa $H_D = Q_D$, maka diperoleh persediaan rata-rata bagian II adalah:

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{n-1}{2n}\right) T \cdot Q_D \\ &= \left(\frac{n-1}{2n}\right) T \cdot (T \cdot D_D) \\ &= \left(\frac{n-1}{2n}\right) T^2 \cdot D_D \end{aligned} \quad (13)$$

Maka, biaya simpan demand diskrit dalam satu siklus adalah:

$$B. \text{ simpan demand diskrit per siklus} = h_1 \left[\left(\frac{1}{2n}\right) \cdot T^2 \cdot D_D + \left(\frac{n-1}{2n}\right) \cdot T^2 \cdot D_D \right] \quad (14)$$



Gambar 6. Persediaan Produk *Demand* Diskrit yang disimpan oleh Konsumen selama t_2 pada Model EPQ dengan Dua Tipe *Demand*

Selain biaya simpan di gudang pabrik, model EPQ ini mempertimbangkan biaya simpan per unit produk yang ditanggung oleh konsumen. Ketika produk diterima oleh konsumen sebanyak H_D/n , konsumsi produk tidak dilakukan sekaligus hingga stok habis, melainkan secara bertahap. Hal ini mengakibatkan adanya biaya simpan yang harus dikeluarkan oleh konsumen.

Demand diskrit H_D dikirimkan n kali dalam satu siklus dan dalam rentang waktu yang tetap i , sehingga

$$i = \frac{T}{n} \quad (15)$$

Berdasarkan Gambar 6. jumlah persediaan setiap pengiriman adalah

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{H_D}{n} \cdot \frac{T}{n} \quad (16)$$

dengan frekuensi pengiriman per siklus sebanyak n maka jumlah persediaan dalam satu siklus akan menjadi

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{H_D}{n} \cdot \frac{T}{n}\right) n \\ &= \frac{H_D \cdot T}{2n} \end{aligned} \quad (17)$$

Substitusikan persamaan (7), sehingga diperoleh jumlah persediaan dalam satu siklus menjadi

$$= \frac{T^2 \cdot D_D}{2n} \quad (18)$$

Maka, biaya simpan *demand* diskrit yang disimpan oleh konsumen dalam satu siklus adalah

B. simpan oleh konsumen per siklus

$$= \frac{h_1 \cdot T^2 \cdot D_D}{2n} \quad (19)$$

4.3. Fungsi Tujuan

Total biaya per siklus $TC(T, n)$ terdiri dari biaya produksi, biaya *set up* mesin, biaya simpan produk, baik oleh produsen maupun konsumen, serta biaya tetap dan variabel pengiriman. Maka, $TC(T, n)$ adalah penjumlahan dari persamaan (1), (3), (4), (11), (14), dan (19) sehingga

$$TC(T, n) = c_pTD + c_s + (nc_f + c_dTD) + \left(\frac{hT^2DD_c}{2P} + \frac{hT^2D_c}{2} \right) + \left[\frac{hT^2DD_D}{2P} + \frac{(n-1)T^2D_D}{2n} \right] + \frac{h_1T^2D_D}{2n} \quad (20)$$

Fungsi tujuan yang ingin dicari adalah biaya rata-rata satu periode $E[TCU(T, n)]$, yang merupakan hasil pembagian dari total biaya per siklus dibagi dengan panjang waktu siklus. Maka, biaya rata-rata satu periode produksi $E[TCU(T, n)]$ dapat dirumuskan menjadi

$$E[TCU(T)] = \frac{E[TC(T, n)]}{T} \quad (21)$$

$$= c_pD + \frac{c_s}{T} + n\frac{c_f}{T} + c_dD + \frac{hTD}{2P}(D_c + D_D) + \frac{hT}{2}(D_c + D_D) + \frac{TD_D}{2n}(h_1 - h)$$

4.4. Prosedur Solusi Optimal

Panjang waktu siklus optimal dapat diperoleh dengan meminimalkan $E[TCU(T)]$. Dilakukan diferensiasi $E[TCU(T)]$ terhadap T sehingga memberikan hasil turunan sebagai berikut:

$$\frac{dE[TCU(T)]}{dT} = -\frac{c_s}{T^2} - n\frac{c_f}{T^2} + c_dD + \frac{hD^2}{2P} + \frac{hD}{2} + \frac{D_D(h_1-h)}{2n} \quad (22)$$

Selanjutnya hasil persamaan tersebut disamakan dengan nol

$$\frac{dE[TCU(T)]}{dT} = 0 = -\frac{c_s}{T^2} - n\frac{c_f}{T^2} + c_dD + \frac{hD^2}{2P} + \frac{hD}{2} + \frac{D_D(h_1-h)}{2n} \quad (23)$$

Setelah dilakukan penyusunan ruas kanan dan kiri akan diperoleh

$$\frac{c_s}{T^2} + n\frac{c_f}{T^2} = c_dD + \frac{hD^2}{2P} + \frac{hD}{2} + \frac{D_D(h_1-h)}{2n} \quad (24)$$

Sehingga

$$T = \sqrt{\frac{2(c_s + n c_f)}{\frac{hD^2}{P} + hD + \frac{D_D(h_1-h)}{n}}} \quad (25)$$

5. CONTOH NUMERIKAL

Diketahui bahwa laju produksi pabrik X adalah 240 unit per menit dan produk ini diproduksi untuk memenuhi demand total sebanyak 80 juta unit per tahun. Persentase demand kontinu dan diskrit masing-masing adalah 60% dan 40%. Jumlah jam kerja dalam 1 hari adalah 21 jam dan jumlah hari kerja per tahun adalah 360 hari per tahun. Parameter lain yang dipertimbangkan dalam contoh ini adalah sebagai berikut: $c_s = \text{Rp}20\text{juta}$; $c_p = \text{Rp}1.540$ per lembar; $c_f = \text{Rp}2,5$ juta per pengiriman; $c_d = \text{Rp}100$ per unit; $h = \text{Rp}440$ per unit; dan $h_1 = \text{Rp}880$ per unit. Diasumsikan bahwa pengiriman demand diskrit $n = 4$. Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan Persamaan (17) diperoleh bahwa waktu siklus optimal $T^* = 10,83$ hari dan biaya rata-rata satu periode $E[TCU(T)]$ adalah $\text{Rp}143.843.520.868$.

6. PENUTUP

Penelitian ini menghasilkan formulasi model untuk mencari solusi optimal dari metode *Economic Production Quantity* (EPQ) dengan mempertimbangkan dua tipe *demand* kontinu dan diskrit secara simultan. Formulasi model bertujuan untuk merumuskan model matematis dalam menghitung waktu siklus produksi yang optimal. Model ini dimaksudkan untuk memberi sudut pandang baru dalam mengatasi masalah perencanaan produksi yang terkait dengan tipe *demand*.

Formulasi model yang dikembangkan masih banyak memiliki batasan, sehingga penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model matematis dengan mempertimbangkan aspek-aspek seperti produk cacat, *multi item product* dan adanya *rework* dalam kegiatan produksi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Absi, N., Detienne, B., Auzere-Peres, S. (2012). Heuristics For The Multi-Item Capacitated Lot-Sizing Problem With Lost Sales. *Computer & Operation Research*. 40, 264 - 272
- [2] De Castro, L. E., Tabucanon, T., Nagarur, N. N. (1995). A Production Order Quantity Model With Stochastic Demand for a Chocolate Milk

- Manufacturer. *International Journal Production Economis*. 49, 145 – 156
- [3] Eynan. (2003). The Benefit of Flexible Production Rates in the Economic Lot Scheduling Problem. *IIE Transaction*. 35 (7), 1057-1064
- [4] Chiu, P.Y., Lin, K.C., Chang, H., Chiu, V. (2010). Mathematical Modelling for Determining Economic Batch Size and Optimal Number of Deliveries for EPQ Model with Quality Assurance. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical System*. 16 (4), 373-388
- [5] Ballou, H. Ronald. (1992). *Business Logistics Management*. (Ed. 3). Prentice-Hall, Inc : New Jersey
- [6] Kostic, Konstantin. (2007). Inventory Control as a Discrete System Control for the Fixed-Order Quantity System. *Applied Mathematical Modelling*. 33, 4201 – 4214
- [7] Maity, A.K., Maity, K., Mondal, S., dan Maiti, M. (2007). A Chebyshev Approximation For Solving The Optimal Production Inventory Problem of Deteriorating Multi-Item. *Mathematical and Computer Modelling*. 45, 149-161
- [8] Chiu, SW., Tseng, CT., Wu, MF., dan Sung, PC. (2014). Multi-Item EPQ Model with Scrap, Rework and Multi-Delivery using Common Cycle Policy. *Journal of Applied Research and Technology*. 12, 615 – 62
- [9] Chiu, YSP., Chiu, SW., Li, CY., dan Ting, CK. (2009). Incorporating Multi-Delivery Policy and Quality Assurance Into Economic Production Lot Size Problem. *Journal of Scientific & Industrial Research*. 68, 505-512
- [10] Chiu, SW., Chiu, YSP., Yang, JC. (2012). Combining an Alternative Multi Delivery Policy Into Economic Production Lot Size Problem with Partial Rework. *Expert System with Application*. 39 (3), 2578 – 258
- [11] Wu, MF., Chiu, YSP., Sung, PC. (2014). Optimization of a Multi-Product EPQ Model with Scrap and an Improved Multi-Delivery Policy. *Journal of Engg. Research*. 2 (4), 103 – 118
- [12] Taleizadeh, AA., Kalantri, SS. Dan Cardenas-Barron, LE. (2015). Determining Optimal Price, Replenishment Lot Size and Number of Shipment for an EPQ Model with Rework and Multiple Shipments. *Journal of Industrial and Management Optimization*. 11 (4), 1059 – 1071
- [13] Rangkuti, Freddy. (2004). *Manajemen Persediaan: Aplikasidi Bidang Bisnis*. Grafindo Persada, Jakarta
- [14] Fogarty, W Donald , Blackstone H. John, dan Hoffman R. Thomas (1991). *Production & Inventory Management* (Ed 2). South-Western Publishing, Ohio
- [15] Sipper, Daniel dan Bulfin, Robert. (1997). *Production : Planning, Control, and Integration*. McGraw-Hill: USA
- [16] Gumrukcu, S., Rosseti D. M., Buyurgan, N. (2008). Quantifying The Costs Of Cycle Counting in a Two-Echelon Supply Chain with Multiple Items. *Internasional Journal Production Economics*. 116, 263 – 274
- [17] Assauri, Sofjan. (2004). *Manajemen Pemasaran*. PT. Raja Grafindo Persada, Jakarta
- [18] Beheshti, H. Hooshang. 2009. A Decision Support System for Improving Performance of Inventory Management in a Supply Chain Network. *International Journal of Productivity and Performance Management*. 59(15), 432-467
- [19] Choi, Soodong dan Noble, S. James (2000). Determination of Economic order Quantities (EOQ) in an Integrated Material Flow System. *International Journal of Production Research*. 38 (14), 3203-3226
- [20] El-Kassar, N.A., Dah, A., Salameh, M.K. (2008). Optimal Lot Size For EPQ Inventory Model for Items of Different Qualities. *Journal of Academy of Business and Economics*. 8 (4), 34 – 44