Terbit *online* pada laman web jurnal : http://josi.ft.unand.ac.id/

Jurnal Optimasi Sistem Industri

| ISSN (Print) 2088-4842 | ISSN (Online) 2442-8795 |

Artikel Penelitian

Penentuan Rute Kendaraan Heterogen Menggunakan Algoritma *Insertion Heuristic*

Nanda Saputra, Prima Denny Sentia, Andriansyah

Program Studi Teknik Industri Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh, 23111, Indonesia

ARTICLE INFORMATION

Received: November 2, 17
Revised: February 15, 18
Available Online: April 27, 18

KEYWORDS

Distribusi, *Vehicle Routing Problem* (VRP), *Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem (*HFVRP), Model matematis, *Insertion Heuristic*

CORRESPONDENCE

Phone: +6285372977204

E-mail: primadennysentia@unsyiah.ac.id

A B S T R A C T

Distribution process at PT XYZ is identical to one of the variants of Vehicle Routing Problem (VRP) which there are several vehicles with different capacities and operation cost, called as Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem (HFVRP). There are two kinds of vehicle that have been used, namely, vehicle As and vehicle Bs. Vehicle As has the higher operation cost than vehicle Bs. Currently, the company implements policies where vehicle Bs is used if all vehicle As have been used. This policy may lead the distribution cost is so expensive and its equal with the operation cost of vehicle As that also high. Routing aims to combine the use of available vehicles to generate minimal distribution costs in servicing the customers. This research uses mathematical model according to the description of the distribution system in the company. The model is verified and tested using the optimization software. Then the constraints of the verifiable mathematical model are used as the basis for developing Insertion Heuristic (IH) algorithm. Comparison of model solutions with developed algorithm solutions showed a difference of 11.6%. This implies that the algorithm generated solution is quite good as one of the heuristic approaches that result in optimal local solutions. Implementation of IH algorithm provides cost savings of 5.97% towards the actual distribution system in the company.

PENDAHULUAN

PT XYZ merupakan salah satu distributor produk dengan depot yang beralamat di Kajhu, Aceh Besar. Perusahaan ini mendistribusikan produk yang berasal dari distributor resmi di Kota Medan ke berbagai toko di kawasan Kota Banda Aceh dan sekitarnya. Produk yang didistribusikan merupakan kebutuhan sehari-hari, seperti bumbu makanan siap saji, sabun mandi, sabun cuci, dan perlengkapan rumah tangga lainnya. Perusahaan mengalokasikan 2 kendaraan *box car* dengan kapasitas dan biaya operasional yang berbeda dalam melakukan proses distribusi yang dalam penelitian ini disebut kendaraan tipe A dan kendaraan tipe B. Kendaraan A berjumlah 4 unit dan kendaraan B berjumlah 1 unit.

Kendaraan A merupakan kendaraan yang dengan kapasitas angkut yang lebih besar dari kendaraan B sehingga memiliki biaya operasional yang lebih mahal. Selama ini perusahaan menggunakan seluruh kendaraan A sebagai kendraan utama dalam proses distribusi, artinya kendaraan B hanya akan digunakan jika seluruh kendaraan A sudah digunakan. Kebijakan yang diterapkan di perusahaan karena kendaraan tipe A memiliki kapasitas angkut yang lebih besar sehingga dianggap dapat menjangkau lebih banyak pelanggan. Namun hal paling penting yang perlu diperhatikan dalam penentuan rute kendaraan adalah besarnya biaya operasional yang dikeluarkan, sehingga penggunaan kendaraan tipe B yang memiliki biaya operasional yang lebih rendah perlu dipertimbangkan.

Selain permasalahan di atas, dalam proses pendistribusian barang, tim ekspedisi bekerja hanya berdasarkan perkiraan saja dan tidak ada rute optimal yang dijadikan acuan. Hal ini menyebabkan jarak pengiriman yang ditempuh cukup panjang dan juga berdampak pada tingginya biaya operasional perusahaan. Tingginya biaya operasional tentunya merugikan bagi keuangan perusahaan.

Permasalahan sistem distribusi dari suatu perusahaan merupakan faktor penting yang melibatkan beberapa pertimbangan utama. Salah satu hal yang mengambil bagian penting dalam kegiatan logistik yaitu sistem transportasi yang menjadi perantara di antara setiap kegiatan pendistribusian. Dalam proses distribusi, sebuah perusahaan sering dihadapkan pada permasalahan penentuan rute kendaraan atau lebih dikenal dengan istilah *Vehicle Routing Problem* (VRP). VRP diperkenalkan oleh Dantzig dan Ramzer pada tahun 1959, memegang posisi sentral dalam manajemen distribusi dan telah menjadi salah satu masalah optimisasi kombinatorial yang paling banyak dipelajari [1].

Bentuk dasar VRP adalah menganggap bahwa semua kendaraan yang dimiliki mempunyai kapasitas yang sama (homogen). Padahal dalam kenyataannya, perusahaan tidak selalu

DOI: 10.25077/josi.v17.n1.p35-45.2018
Attribution-NonCommercial 4.0 International. Some rights reserved

mempunyai kendaraan dengan kapasitas angkut yang sama. Sebuah perusahaan baik itu perusahaan yang besar ataupun kecil pasti mempunyai kendaraan dengan kapasitas yang berbeda, sehingga metode penyelesaian VRP klasik sekarang ini susah untuk diterapkan. Oleh karena itu muncul varian VRP baru untuk menyelesaikan permasalahan dengan tipe dan kapasitas kendaraan yang berbeda, varian VRP ini dikenal dengan istilah *Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem* (HFVRP) [2].

Penentuan rute yang dilakukan dengan pemilihan kendaraan berdasarkan biaya transportasi minimum perlu dilakukan di PT XYZ. Penelitian ini melakukan pengujian model matematis HFVRP dengan beberapa data hipotetik menggunakan perangkat lunak optimisasi yang bersifat *exact optimization*. Penggunaan *exact optimization* seperti *integer programming* memerlukan waktu komputasi yang sangat lama terutama untuk problem berukuran besar [3]. Oleh karena itu, untuk mempersingkat waktu komputasi, penelitian ini mengembangkan algoritma heuristik, yaitu algoritma *Insertion Heuristic* (IH).

Penelitian mengenai HFVRP dilakukan oleh Suthikarnnarunai [4] membahas tentang penentuan rute pengantaran dan penjemputan staf *University of the Thai Chamber of Commerce* (UTCC), salah satu Universitas di Bangkok. Penentuan rute optimal dilakukan dengan pengembangan model matematis dan penerapan algoritma *sweep heuristic*. Kekurangan dari penelitian ini terdapat pada fungsi tujuan dalam model matematis yang hanya memperhitungkan biaya variabel dalam menentukan total biaya operasional kendaraan yang dikeluarkan. Penelitian mengenai HFVRP yang mempertimbangkan biaya tetap kendaraan dilakukan oleh Kritikos dan Ionnou [5] menggunakan metode *Over-L Heuristic* yang menunjukkan hasil lebih baik dibandingkan dengan solusi yang didapatkan melalui pendekatan metaheuristik, hanya saja model matematis yang digunakan belum diuji dengan menggunakan perangkat lunak optimisasi.

Banyak model matematis yang telah dikebangkan untuk HFVRP [6,7,8]. Umumnya perbedaan model matematis HFVRP terdapat pada penentuan komponen biaya operasional yang digunakan, dalam hal ini biaya variabel dan biaya tetap kendaraan. Penggunakan model matematis yang hanya mempertimbangkan biaya variabel dalam perumusan fungsi tujuan dilakukan oleh Suthikarnnarunai [4], model matematis yang dikembangkan adalah sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

$$MIN\ TC = \sum_{k=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}^{k} \quad (1)$$

Fungsi pembatas:

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V\backslash\{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{0k} = k \quad (3)$$

$$\sum_{j\in V\backslash\{i\}} x_{ij}^{k} = y_{ik} \qquad \forall i \in \mathrm{V}, \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{k} \quad (4)$$

$$\sum_{j\in V\backslash\{i\}} x_{ji}^{k} = y_{ik} \qquad \forall i \in \mathrm{V}, \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{k} \quad (5)$$

$$\sum_{j\in V\backslash\{i\}} d_i y_{ik} \le U_k \qquad \forall \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{k} \quad (6)$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S\backslash\{i\}} x_{ij}^{k} \le |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq V\backslash\{0\}, |S| \ge 2, k = 1, \dots, k \quad (7)$$

$$y_k \in \{0,1\}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, T \quad (8)$$

$$x_{ij}^{k} \in \{0,1\}, \quad \forall i,j = 1, 2, \dots, n \quad \forall k = 1, 2, \dots, T \quad (9)$$

Penelitian yang dilakukan oleh Gendreau [9] menunjukkan bahwa terdapat dua macam cara untuk mendapatkan solusi VRP dengan pendekatan heuristik, yaitu menggabungkan rute yang ada dengan menggunakan kriteria penghematan (*saving criterion*) dan mencoba secara berurutan memasukkan pelanggan dalam rute kendaraan dengan menggunakan kriteria biaya penyisipan (*cost insertion*).

Penelitian lainnya dilakukan oleh Octora *et al*. [10] menggunakan metode algoritma *Clarke & Wright Saving Matriks* dan algoritma IH. Masalah yang dibahas dalam penelitian tersebut adalah menentukan rute kendaraan pendistribusian produk dimana terbatasnya jam kerja perusahaan, banyaknya konsumen, serta jarak dari depot dan pelanggan yang saling berjauhan. Tujuan dari penelitian tersebut adalah melakukan perbandingan terhadap solusi yang didapatkan dari kedua metode. Hasilnya adalah penggunaan algoritma IH memperoleh solusi yang lebih baik dibandingkan dengan metode *Clarke & Wright Saving Matriks*.

METODE

Penelitian ini dilakukan dengan objek kajian sistem transportasi logistik, yakni pengiriman barang dari sebuah depot ke beberapa pelanggan. Depot yang dimaksud adalah PT XYZ yang merupakan suatu perusahaan yang bergerak dalam bidang pendistribusian barang dari satu titik pelanggan ke titik lainnya. Objek kajian merupakan permasalahan kombinatorial dengan jaringan yang banyak dan bervariasi bergantung kepada tipe dan kapasitas kendaraan, volume permintaan, serta aspek lainnya untuk mencapai tujuan transportasi. PT XYZ memiliki 2 tipe kendaraan yang digunakan dalam proses distribusi, yakni tipe A dan tipe B. Kendaraan tipe A berjumlah 4 unit dan kendaraan tipe B berjulah 1 unit.

Model yang dijadikan acuan utama pada penelitian ini adalah model Suthikarnnarunai [4] dan model Kritikos dan Ioannou [5]. Model Suthikarnnarunai [4] merupakan model matematis untuk kasus HFVRP tanpa mempertimbangkan biaya tetap masing-masing kendaraan yang digunakan. Dalam model tersebut penentuan fungsi tujuan dilakukan dengan hanya mempertimbangkan biaya variable kendaraan. Model Kritikos dan Ioannou [5] merupakan model matematis yang lebih kompleks, yakni kasus HFVRPTW (*Heterogeneuos Fleet Vehicle Routing Problem wihh Overloads and Time Windows*). Model matematis ini dibuat untuk memecahkan masalah penentuan rute dengan kendaraan berbeda, namun dalam kasus tertentu kendaraan diizinkan membawa beban melebihi kapasitas yang digunakan. Selain itu, dalam model ini fungsi tujuan yang dirumuskan telah mempertimbangkan biaya tetap kendaraan

DOI: 10.25077/josi.v17.n1.p35-45.2018

dalam menentukan biaya minimum. Model ini belum diuji dalam perangkat lunak optimisasi, sehingga perlu dilakukan perancangan model baru sesuai studi kasus dengan penyederhanaan model yang sudah ada dan kemudian diuji pada perangkat lunak optimisasi.

Penelitian ini dilakukan dengan menyederhanakan model Suthikarnnarunai [4] dan penyempurnaan model Fajarwati dan Anggraeni [3] sehingga diperoleh model yang sesuai dengan karakteristik sistem distribusi di perusahaan. Untuk menjamin kelogisan dan kebenaran model maka dilakukan verifikasi dan pengujian dengan menggunakan perangkat lunak optimisasi.

Berikut merupakan uraian proses pengolahan data yang dilakukan.

1. Penentuan model matematis
   Langkah awal yang dilakukan dalam proses pengolahan data adalah merumuskan model matematis yang dibuat mengacu kepada model yang telah dibuat sebelumnya oleh Suthikarnnarunai [4] dan Kritikos dan Ioannou [5]. Pada tahap ini dilakukan penentuan fungsi tujuan dan penetapan pembatas atau kendala yang digunakan. Perumusan pembatas atau batasan disesuaiakan dengan karakteristik sistem distribusi pada PT XYZ dan asumsi-asumsi yang digunakan.
2. Verifikasi model matematis
   Setelah didapatkan model matematis, selanjutnya dilakukan verifikasi model. Verifikasi model dilakukan untuk memastikan bahwa model HFVRP yang telah dirumuskan benar secara matematis dan konsisten secara logika. Verifikasi untuk mengecek kebenaran secara matematis pada penelitian ini dilakukan dengan memeriksa kelogisan model menggunakan algoritma B-and-B perangkat lunak optimisasi dan memeriksa pemenuhan batasan. Data yang digunakan dalam verifikasi model matematis ini adalah data hipotetik. Pemeriksaan kelogisan model dilakukan melalui dua skenario dengan tipe data berbeda, model dapat dikatakan logis apabila solsui optimal yang diperoleh dari kedua skenario telah benar secara logika. Pemeriksaan pemenuhan pembatas dilakukan pada hasil yang diperoleh melalui algoritma B-and-B LINGO 11.0. Model yang dikembangkan dikatakan terverifikasi apabila solusi yang diperoleh tidak melanggar batasan model. Untuk memeriksa kekonsistenan secara logika dilakukan dengan memeriksa konsistensi satuan persamaan dan pertidaksamaan ruas kanan dan ruas kiri. Model dikatakan konsisten dan terverifikasi apabila satuan di ruas kanan sama dengan satuan di ruas kiri.
3. Perancangan algoritma IH
   Perancangan algoritma IH mengacu pada langkah-langkah yang dijelaskan oleh Purnomo [11], yakni (1) Membuat matriks jarak dan waktu tempuh, (2) Memilih node yang memiliki jarak terdekat dengan node, (3) Menghitung tambahan jarak dan waktu tempuh untuk setiap node bebas, (4) Menghitung besarnya ongkos penyisipan dan sisipkan node yang memiliki ongkos minimum, (5) Menghitung apakah kapasitas angkut kendaraan telah sesuai dengan jumlah seluruh permintaan di setiap node, jika sudah dilanjutkan pada langkah 6 dan jika sebaliknya kembali ke langkah 4, (6) Memeriksa kembali urutan pelanggan yang dikunjungi untuk memperoleh total jarak dan waktu yang minimum. Algoritma IH akan dirancang dengan menggunakan spreadsheet.
4. Verifikasi algoritma IH
   Verifikasi algoritma dilakukan untuk memastikan algoritma yang telah dikembangkan mampu menyelesaikan permasalahan. Verifikasi dilakukan dengan memeriksa hubungan model matematis dengan algoritma dan memeriksa kelogisan solusi yang telah didapat dengan algoritma. Algoritma dikatakan terverifikasi apabila seluruh pembatas yang terdapat pada model sudah terpenuhi dalam algoritma dan solusi yang diperoleh telah logis. Pemerikaan kelogisan algoritma dilakukan dengan menggunakan dua tipe data, sama halnya dengan verifikasi kelogisan model.
5. Implementasi pada HFVRP di PT. XYZ
   Setelah diverifikasi, solusi dari model matematis dan algoritma IH dibandingkan dan kemudian diimplementasikan pada kasus HFVRP di PT. XYZ. Pada tahap ini data yang akan digunakan adalah data yang diperoleh dari perusahaan. Tahapan yang dilalui dalam penelitian, pembangunan konsep, atau penyelesaian kasus, dituliskan pada bagian metodologi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Karakteristik Sistem Distribusi

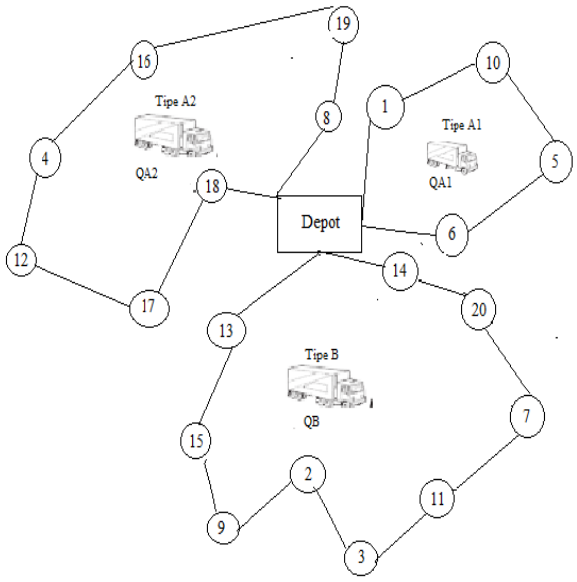
Karakteristik sistem distribusi merupakan landasan dalam memilih model acuan sehingga model baru yang sesuai dengan sitem dapat dikembangkan. Identifikasi terhadap sistem distribusi di PT XYZ telah dilakukan dan didapatkan beberapa karakteristik atau pola distribusi yang kemudian membantu penulis dalam merumuskan pembatas-pembatas model.

Permasalahan nyata yang menjadi objek penelitian ini adalah masalah penentuan rute kendaraan dalam proses distribusi PT XYZ di kawasan Banda Aceh dan sekitarnya. Proses distribusi dilakukan untuk memenuhi pesanan konsumen terhadap sejumlah barang dengan jenis tertentu yang dikemas dalam bentuk *box*. Perusahaan akan melakukan pengiriman barang ke pelanggan di 20 titik yang ada di kawasan Banda Aceh dan sekitarnya.

Setiap titik pelanggan memiliki jarak yang bervariasi terhadap depot. Selain itu besarnya permintaan masing-masing pelanggan juga berbeda-beda. Dalam menjalankan aktivitas distribusi, perusahaan menggunakan dua tipe kendaraan *box car*, yakni mobil *box* tipe A dan mobil *box* tipe B yang jumlah masing-masingnya diketahui. Kendaraan tipe A yang berjumlah 4 unit memiliki kapasitas angkut Q_A yang lebih besar dan kapasitas kendaraan B Q_B yang berjumlah 1 unit mobil. Setiap tipe kendaraan memiliki besaran biaya operasional yang berbeda.

Kegiatan pengiriman diawali dengan adanya pesanan dari pelanggan yang dilakukan dua hari sebelum proses pengiriman dilakukan. Perusahaan akan mengalokasikan kendaraan yang ada untuk memenuhi permintaan konsumen. Masing-masing kendaraan akan dimuat sesuai dengan kapasitas angkut maksimumnya dan setiap kendaraan akan memulai aktivitas dari depot dan kembali ke depot. Kendaraan tipe A dan tipe B akan dipilih untuk menempuh rute tertentu hingga menghasilkan biaya operasional yang minimum. Setiap pelanggan hanya dapat dilayani oleh satu tipe kendaraan, oleh karena itu, masing-masing kendaraan tidak dapat menempuh rute yang sama. Gambar 1 menunjukkan deskripsi sistem distribusi di PT XYZ. Terdapat

satu depot dan beberapa pelanggan yang harus dilayani dalam sistem. Setiap pelanggan memiliki sejumlah permintaan yang diketahui dan akan dilayani oleh dua tipe kendaraan yang jumlah masing-masing tipe kendaraan diketahui. Berikut merupakan



Gambar 1. Karakteristik Sistem Distribusi

Pengembangan Model Matematis

Notasi Model Matematis

Notasi-notasi yang digunakan pada model dalam penelitian ini adalah untuk memudahkan pembacaan logika pada model matematis yang dikembangkan.

Himpunan Model:
N = Himpunan lokasi pelanggan termasuk depot.
K= Himpunan kendaraan.

Indeks Model:
i = Indeks lokasi.
j = Indeks lokasi.
k = Indeks Kendaraan.

Parameter Model:
U_k= Kapasitas kendaraan k (cm^3).
d_i= Permintaan di lokasi i (cm^3).
c_{ij}= Baiaya operasional dari i ke j (Rp).
f_k = Biaya tetap kendaraan k (Rp).

Variabel-variabel Keputusan Model:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, Jika\ kendaraan\ k\ beroperasi\ dari\ i\ ke\ j \\ dan \\ 0, jika\ lainnya \end{cases}$$

$$z_k = \begin{cases} 1, jika\ kendaraan\ k\ beroperasi \\ 0, jika\ lainnya \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, Jika\ kendaraan\ k\ mengunjungi\ lokasi\ i \\ dan \\ 0, jika\ lainnya \end{cases}$$

Kriteria Performansi Model:
Z= Total ongkos (Rp)

Formulasi Model Matematis

Formulasi model matematis deilakukan dengan menjabarkan fungsi tujuan dan fungsi pembatas model sesuai dengan karakteristik sistem distribusi dengan bantuan model acuan.

Fungsi Tujuan:
Fungsi tujuan dari model ini adalah medapatkan total biaya operasional sepanjang horizon perencanaan dengan kriteria minimum. Fungsi tujuan yang dibuat mempertimbangkan biaya tetap kendaraan k (f_k) terhadap besarnya biaya operasional kendaraan selama proses distribusi dilakukan. Fungsi tujuan yang dibuat merupakan penyederhanaan fungsi tujuan pada model matematis HFVRPTW dalam [5] yang juga mengacu pada model yang telah dikembangkan oleh [3]. Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (10).

$$MIN\ TC = \sum_{k=1}^{T} f_k z_k + \sum_{k=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}^k \quad (10)$$

Fungsi Pembatas:

1. Pembatas kunjungan semua lokasi
   Pembatas kunjungan lokasi memastikan bahwa setiap pelanggan i hanya dilayani satu kali oleh kendaraan k selama horizon pengiriman. Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (11).

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V \backslash \{0\} \quad (11)$$

2. Pembatas penggunaan kendaraan
   Pada pembatas ini model memastikan bahwa aktivasi kendaraan k yang keluar dari depot tidak boleh melebihi jumlah kendaraan yang tersedia sebanyak K. Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (12).

$$\sum_{k=1}^{K} y_{0k} \leq K \quad (12)$$

3. Pembatas pelayanan pelanggan
   Pada pembatas ini model memastikan bahwa kendaraan k akan melayani pelanggan i kemudian meninggalkannya untuk menuju pelanggan j (tidak termasuk depot). Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (13) dan (14).

$$\sum_{j \in V \backslash \{i\}} x_{ij}^k = y_{ik} \qquad \forall i \in \mathrm{V}, \mathrm{k} = 1, \ldots, \mathrm{k} \quad (13)$$

$$\sum_{j \in V \backslash \{i\}} x_{ji}^k = y_{ik} \qquad \forall i \in \mathrm{V}, \mathrm{k} = 1, \ldots, \mathrm{k} \quad (14)$$

4. Pembatas kapasitas kendaraan
   Pada pembatas ini model memastikan bahwa kendaraan k akan mengantarkan produk sesuai jumlah permintaan. Benban angkut pengentaran tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan U_k. Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (15).

$$\sum_{\mathrm{i} \in V} d_i y_{ik} \leq U_k z_k \qquad \mathrm{k} = 1, \ldots, \mathrm{k} \quad (15)$$

5. Pembatas eliminasi *sub-tour*
   Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (16).

DOI: 10.25077/josi.v17.n1.p35-45.2018

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S\setminus\{i\}} x_{ij}^{k} \le |S|-1 \quad \forall S \subseteq V\setminus\{0\}, |S| \ge 2, k=1,\dots,k \tag{16}$$

6. Pembatas integralitas variabel x, y, dan z
   Pembatas variabel keputusan tidak boleh negative dan hanya bernilai 0 atau 1. Nilai 1 artinya kendaraan melakukan perjalanan pada busur (i,j), sedangkan akan bernilai 0 jika kendaraan melakukan perjalanan. Formulasi matematis dapat dilihat pada perasamaan (17) – (19).

$$x_{ij}^{k} \in \{0,1\}, \quad \forall i,j = 1,2,\dots,n \quad \forall k = 1,2,\dots,T \tag{17}$$

$$y_{k} \in \{0,1\}, \quad \forall k = 1,2,\dots,T \tag{18}$$

$$z_{k} \in \{0,1\}, \quad \forall k = 1,2,\dots,T \tag{19}$$

Verifikasi Model

Verifikasi model bertujuan untuk memastikan bahwa model HFVRP yang telah dirumuskan pada penelitian ini telah benar secara matematis dan konsisten secara logika. Verifikasi untuk memeriksa kebenaran secara matematis pada penlitian ini dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak optimisasi LINGO 11.0. Sedangkan untuk memerikasa kekonsistenan secara logika dilakukan dengan memeriksa konsistensi satuan setiap persamaan dan pertidaksamaan yang terbentuk.

Verifikasi Satuan

Konsistensi persamaan yang terdapat dalam model dapat dilihat dari konsistensi satuan. Verifikasi satuan dapat dilihat pada Tabel 1 dan menunjukkan bahwa satuan pada bagian kiri setiap persamaan dan pertidaksamaan yang ada telah sama. Dengan demikian, persamaan dan pertidaksamaan yang terdapat dalam model telah konsisten secara matematis.

Verifikasi Kelogisan Model

Verifikasi kelogisan model dilakukan dengan menggunakan salah satu perangkat lunak optimisasi. Model matematis yang dikembangkan diterjemahkan sesuai dengan persamaan dan pertidaksamaan yang tertulis ke dalam perangkat lunak kemudian dipecahkan dengan algoritma B-and-B. Pada verifikasi ini dimasukkan contoh data hipotetik dengan skala kecil untuk memeriksa apakah model matematis yang digunakan sudah benar secara logika.

Data hipotetik yang digunakan untuk verifikasi kelogisan model ini ada dua tipe. Tipe pertama menggunakan 3 tipe kendaraan yang memiliki biaya operasional yang lebih mahal dan tipe data kedua menggunakan 3 tipe kendaraan dengan biaya operasional yang lebih murah. Untuk memudahkan proses verifikasi, pada setiap percobaan digunakan data hipotetik jarak pelanggan dan data hipotetik permintaan yang sama. Data hipotetik jarak pelanggan dapat dilihat pada Tabel 2 dan data hipotetik permintaan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 1. Verifikasi Satuan

Persamaan/pertidaksamaan	Ruas kiri	Ruas kanan
$MIN\ TC = \sum_{k=1}^{T} f_k z_k + \sum_{k=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}^{k}$	Rp	Rp x *Unitless* + Rp x *Unitless*
$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V\setminus\{0\}$	*Unitless*	*Unitless*
$\sum_{k=1}^{K} y_{0k} \le K$	*Unitless*	*Unitless*
$\sum_{j\in V\setminus\{i\}} x_{ij}^{k} = y_{ik} \quad \forall i \in V, k = 1,\dots,k$	*Unitless*	*Unitless*
$\sum_{j\in V\setminus\{i\}} x_{ji}^{k} = y_{ik} \quad \forall i \in V, k = 1,\dots,k$	*Unitless*	*Unitless*
$\sum_{i\in V} d_i y_{ik} \le U_k z_k \quad k = 1,\dots,k$	m^3 x *Unitless*	m^3 x *Unitless*
$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S\setminus\{i\}} x_{ij}^{k} \le |S|-1 \quad \forall S \subseteq V\setminus\{0\}, |S| \ge 2, k=1,\dots,k$	*Unitless*	*Unitless*-*Unitless*
$x_{ij}^{k} \in \{0,1\}, \quad \forall i,j = 1,2,\dots,n \quad \forall k = 1,2,\dots,T$	*Unitless*	*Unitless*
$y_{k} \in \{0,1\}, \quad \forall k = 1,2,\dots,T$	*Unitless*	*Unitless*
$z_{k} \in \{0,1\}, \quad \forall k = 1,2,\dots,T$	*Unitless*	*Unitless*

Tabel 2. Data Hipotetik Jarak Pelanggan

	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P0	0	12	9	6	5	4	8
P1	12	0	8	14,5	6	10	14
P2	9	8	0	15	7	9	11
P3	6	14,5	15	0	8,5	9	15
P4	5	6	7	8,5	0	16	7,8
P5	4	10	9	9	16	0	13
P6	8	14	11	15	7,8	13	0

Tabel 3. Data Hipotetik Permintaan

Pelanggan	Permintaan (cm^3)
P1	500
P2	250
P3	180
P4	350
P5	850
P6	170

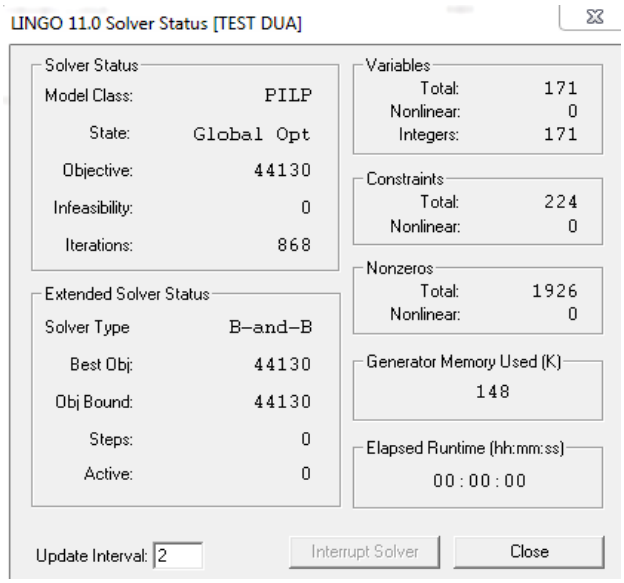
Data hipotetik jarak pelanggan dan data hipotetik permintaan kemudian digunakan dalam percobaan dengan menggunakan data hipotetik kendaraan tipe 1 dan data hipotetik kendaraan tipe 2. Data hipotetik kendaraan tipe 1 dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Data Hipotetik Kendaraan Tipe 1

Tipe Kendaraan	Kapasitas Kendaraan (cm^3)	Biaya Variabel (Rp/km)	Biaya Tetap (Rp/Hari)
A	800	100	12.000
B	500	70	7.500
C	1200	150	17.000

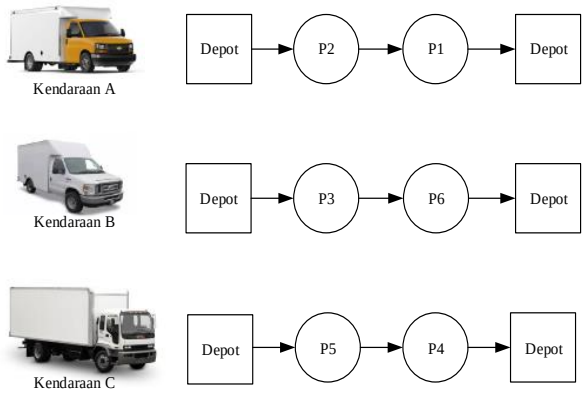
Berdasarkan input-input data tersebut, kemudian dilakukan penyelesaian dengan menggunakan algoritma B-and-B pada perangkat lunak aplikasi. Gambar 2 menunjukkan solusi yang

diperoleh dengan menggunakan algoritma B-and-B yang menunjukkan solusi yang diperoleh adalah global optimal dengan fungsi tujuan sebesar Rp 44.130,-. Gambar 3 merupakan rute yang terbentuk dari data hipotetik kendaraan tipe 1. Ketiga kendaraan digunakan untuk memenuhi permintaan konsumen.



Gambar 2. Solusi Verifikasi Data Hipotetik Kendaraan Tipe 1

Solusi optimal yang diharapkan dari data tipe 2 adalah solusi yang menghasilkan fungsi tujuan yang lebih kecil dari solusi yang diperoleh melalui data tipe 1. Solusi optimal untuk data tipe 2 menggunakan algoritma B-and-B dapat dilihat pada Gambar 4.



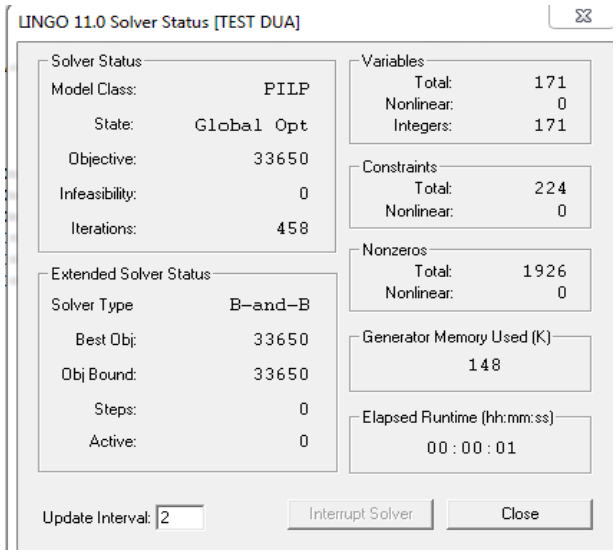
Gambar 3. Rute Data Hipotetik Kendaraan Tipe 1

Berdasarkan hasil yang diperoleh degan algoritma B-and-B dapat diketahui bahwa terdapat 3 rute tempuh yang masing-masingnya dilewati oleh ketiga tipe kendaraan yang ada. Proses verifikasi selanjutnya dilakukan untuk data hipotetik kendaraan tipe 2. Kapasitas kendaraan yang digunakan pada data tipe 2 tetap sama, perbedaannya adalah biaya operasional kendaraan yang dimodifikasi dengan nilai yang lebih kecil dibandingkan data tipe 1. Adapun data hipotetik kendaraan tipe 2 dapat dilihat pada Tabel 5. Rute yang diharapkan dari data tipe 2 adalah rute yang sama dengan rute yang diperoleh melalui data tipe 1 karena besarnya permintaan maupun kapasitas kendaraan pada kedua tipe data hipotetik adalah sama.

Hasil proses verifikasi dengan algoritma B-and-B pada dua tipe data hipotetik yang digunakan menunjukkan bahwa solusi optimal untuk data tipe 1 lebih besar, yakni Rp 44.130 dibandingkan dengan solusi optimal yang diperoleh melalui tipe data 2, yakni sebesar Rp 33.650,-. Rute yang ditempuh kendaraan pada kedua tipe data adalah sama. Dengan demikian, model matematis yang telah dirumuskan sudah dapat dikatakan benar secara logika (Gambar 4).

Tabel 5. Data Hipotetik Kendaraan Tipe 2

Tipe Kendaraan	**Kapasitas Kendaraan (cm^3)**	**Biaya Variabel (Rp/km)**	**Biaya Tetap (Rp/Hari)**
A	800	70	10.000
B	500	50	4.000
C	1200	120	14.000



Gambar 4. Solusi Verifikasi Data Hipotetik Kendaraan Tipe 2

Pemeriksaan Pemenuhan Pembatas

Pemeriksaan ini dilakukan pada hasil solusi yang didapatkan menggunakan algoritma B-and-B. Model yang dikembangkan harus menghasilkan solusi yang layak, artinya tidak boleh melanggar batasan pada model. Jika solusi yang didapatkan menggunakan algoritma B-and-B melanggar batasan mode, maka model yang dikembangkan tidak terverifikasi. Tabel 6 dan Tabel 7 merupakan ringkasan solusi yang diperoleh dengan tipe data 1 dan tipe data 2.

Tabel 6. Solusi Algoritma B-and-B data Tipe 1

Tipe Kendaraan	**Rute**
A	Depot-P4-P2-P6-Depot
B	Depot-P1-Depot
C	Depot-P3-P5-Depot
Fungsi Objektif	Rp 44.130,-

Tabel 7. Solusi Algoritma B-and-B data Tipe 2

Tipe Kendaraan	**Rute**
A	Depot-P4-P2-P6-Depot
B	Depot-P1-Depot
C	Depot-P3-P5-Depot
Fungsi Objektif	Rp 33.650,-

DOI: 10.25077/josi.v17.n1.p35-45.2018

1. Pemerikasaan Batasan Kunjungan
   Dari model yang telah dirumuskan telah ditetapkan bahwa setiap pelanggan hanya dikunjungi satu kali. Berdasarkan Tabel 5 dan Tabel 6 dapat dikeahui bahwa seluruh pelanggan hanya dikunjungi satu kali. Dengan demikian, pembatas batasan kunjungan ini telah terpenuhi.
2. Pemeriksaan Pembatas Kapasitas Kendaraan
   Setiap kendaraan memiliki batasan kapasitas masing-masing yang tidak boleh dilewati oleh beban angkut kendaraan untuk memenuhi permintaan pelanggan. Berdasarkan perhitungan pada Tabel 8 dapat diketahui bahwa tidak ada kendaraan yang melewati batasan kapasitasnya untuk memenuhi permintaan yang ada.

Tabel 8. Cek Kapasitas Data Tipe 1

Tipe Kendaraan	**Rute**	**Permintaan (cm^3)**	**Kapasitas Maksimum (cm^3)**
A	Depot-P4-P2-P6-Depot	770	800
B	Depot-P1-Depot	500	500
C	Depot-P3-P5-Depot	1.030	1.200

3. Pembatas Penggunaan Kendaraan
   Dari model yang telah dirumuskan telah ditetapkan bahwa penggunaan kendaraan tidak boleh melebih jumlah kendaraan yang tersedia. Berdasarkan Tabel 5 dan Tabel 6 dapat diketahui bahwa seluruh rute yang terbentuk masih menggunakan kendaraan yang tersedia, yakni kendraan A, B, dan C.

Pengembangan Algoritma

HFVRP merupakan masalah optimisasi kombinatorial yang kompleks, terutama jika banyak lokasi yang harus dikunjungi ditambah lagi dengan penggunaan kendaraan yang berbeda-beda. Penyelesaian secara analitik akan semakin sulit dilakukan seiring dengan bertambahnya jumlah pelanggan dan jumlah atau tipe kendaraan yang digunakan. Oleh karena itu, dikembangkan suatu algoritma yang menghasilkan solusi yang mendekati optimal. Algoritma yang dikembangkan adalah algoritma IH.

Notasi pada Algoritma IH:
R_k = Rute untuk kendaraan k
σ = Solusi layak

Langkah-langkah untuk menemukan solusi layak untuk masalah HFVRP dengan menggunakan algoritma IH adalah:

Langkah 1 : Mengurutkan kendaraan berdasarakan biaya operasional terendah dan pilih kendaraan $k = 1$ yang memiliki biaya operasional terendah.
Langkah 2 : Menentukan node rute kendaraan k (R_k) saat ini adalah depot-depot.
Langkah 3 : Mengurutkan pelanggan berdasarkan jarak terdekat ke depot.
Langkah 4 : Memilih lokasi $i \in V$ sesuai urutan pelanggan kemudian sisipkan lokasi tersebut ke dalam R_k sehingga terbentuk R_k yang baru.
Langkah 5 : Menandai setiap lokasi $i \in V$ yang sudah dikunjungi untuk menjamin setiap lokasi hanya dikunjungi satu kali.
Langkah 6 : Mengecek pembatas kapasitas kendaraan, apakah $W_k \leq d_j$? Jika iya kembali ke langkah 4, jika tidak lanjut ke langkah 7.
Langkah 7 : Memeriksa apakah semua pelanggan sudah terlayani, jika belum lanjut t ke langkah 8 dan jika sudah lanjut ke langkah 9.
Langkah 8 : Menjadikan urutan node R_k selanjutnya berawal dari pelanggan urutan selanjutnya dan kembali ke langkah 2.
Langkah 9 : Melakukan untuk semua tipe kendaraan sehingga terdapat kumpulan populasi perjalanan yang mungkin untuk setiapkendaraan dan setiap kemungkinan pelanggan yang dikunjungi.
Langkah 10 : Memilih kombinasi rute yang menghasilkan σ minimum.

Berdasarkan langkah-langkah algoritma IH yang telah dikembangkan dapat dibuat diagram alir algoritma. Adapun diaram alir dapat dilihat pada Gambar 5. Tujuan dibuatnya diagram alir ini adalah untuk memudahkan memahami alur kerja algoritma.

Verifikasi Algoritma

Verifikasi algoritma dilakukan dengan memeriksa hubungan antara algoritma dengan model matematis dan memriksa solusi yang didapatkan dengan algoritma. Proses verifikasi dibutuhkan untuk menjamin bahwa algoritma yang dikembangkan dapat menyelesaikan permasalahan HFVRP di lapangan.

Hubungan Pembatas Model dan Algoritma

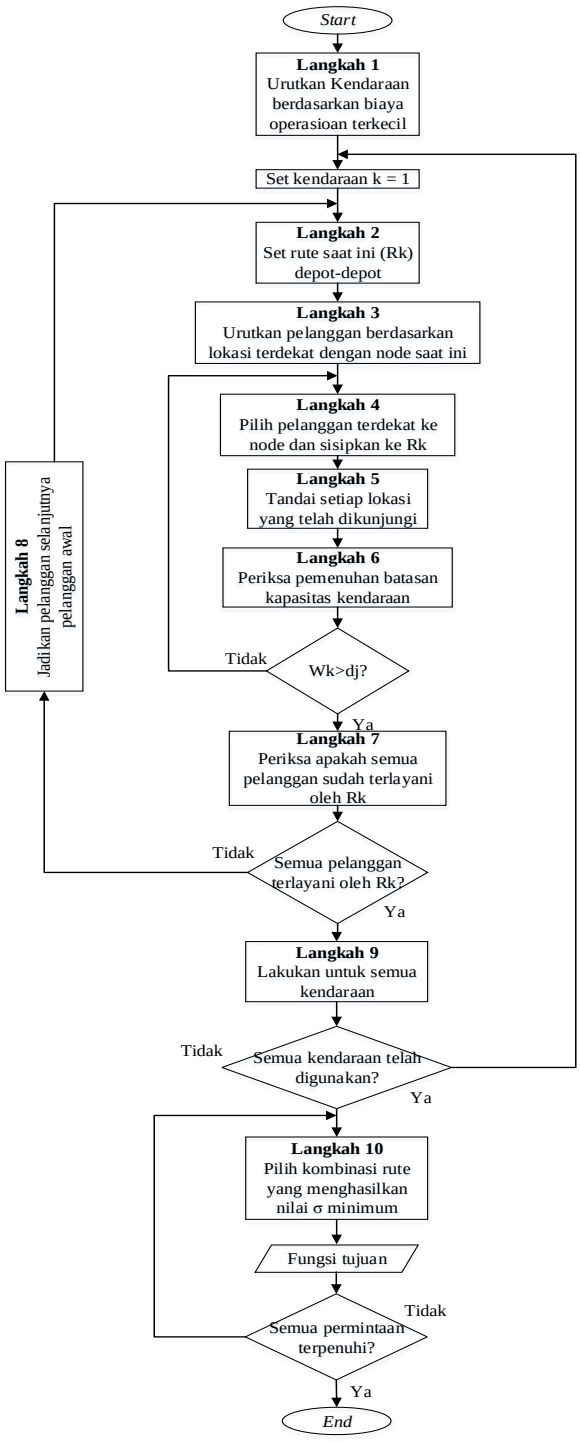
Untuk menghasilkan solusi yang layak, algoritma yang dirancang harus memenuhi batasan sesuai dengan pembatas-pembatas yang ada pada model matematis. Kesesuaian pembatas ini dapat dilihat pada Tabel 9.

Verifikasi Kelogisan Algoritma

Verifikasi kelogisan algoritma dilakukan untuk menjamin bahwa algoritma yang telah dikembangkan telah benar secara logika. Langkah yang dilakukan adalah menguji algoritma dengan beberapa data hipotetik. Proses verifikasi kelogisan algoritma ini menggunakan data hipotetik yang sama dengan data hipotetik kendaraan tipe 1 pada verifikasi model. Tabel 10 merupakan alternatif rute layak dengan solusi lokal optimal dari penerapan algoritma IH terhadap data hipotetik kendaraan tipe 1. Tabel 11 merupakan solusi lokal optimal yang diperoleh dari penerapan algoritma IH pada data hipotetik kendaraan tipe 2.

Solusi yang dihasilkan dengan algoritma IH merupakan solusi layak yang mendekati solusi optimal. Perbedaan data hipotetik 1 dan data hipotetik 2 adalah pada besarnya biaya operasional kendaraan. Perbedaan biaya operasional membantu dalam mengetahui logis atau tidaknya algoritma dengan melihat besarnya fungsi tujuan yang dihasilkan. Biaya operasional pada data hipotetik 1 lebih besar dari biaya operasional pada data hipotetik 2. Hal ini sebanding dengan solusi yang dihasilkan pada

penerapan algoritma IH, dengan demikian algoritma IH yang telah dirancang dapat dikatakan benar secara logika.



Gambar 5. Alur Kerja Algoritma

Hasil Eksperimen Komputasi

Pada bagian ini dilakukan analisis performansi dari algoritma yang telah dikembangkan. Analisis dilakukan dengan melihat solusi yang diperoleh menggunakan algoritma dan membandingkannya dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan algoritma B-and-B pada perangkat lunak optimisasI. Percobaan komputasi dilakukan dengan menggunakan 5 tipe data hipotetik yang masing-masingnya merupakan data yang berhubungan dengan HFVRP dengan 6 pelanggan. Adapun hasil percobaan dapat dilihat pada Tabel 12.

Tabel 9. Hubungan Pembatas Model dan Algoritma IH

Pembatas pada Model	**Pembatas pada Agoritma IH**
1. Pelanggan hanya dilayani satu kali $\sum_{k=1}^{K} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in V\backslash\{0\}$	Terdapat pada langkah 5 **Langkah 5** Tandai setiap lokasi yang telah dikunjungi
2. Pembatas kendaraan $\sum_{k=1}^{K} y_{0k} \leq K$	Terdapat pada langkah 9 Semua kendaraan telah digunakan? Tidak Ya
3. Pembatas pelayanan pelanggan $\sum_{j\in V\backslash\{i\}} x_{ij}^{k} = y_{ik}$ $\forall i \in \mathrm{V}, \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{k}$ $\sum_{j\in V\backslash\{i\}} x_{ji}^{k} = y_{ik}$ $\forall i \in \mathrm{V}, \mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{k}$	Terdapat pada langkah 4 Tidak Semua pelanggan terlayani oleh Rk? Ya
4. Pembatas kapasita s kendaraan $\sum_{\mathrm{i}\in V} d_i y_{ik} \leq U_k z_k$ $\mathrm{k} = 1, \dots, \mathrm{k}$	Terdapat pada langkah 6 Tidak Wk<dj? Ya
5. Pembatas eliminasi *subtour* $\sum_{i\in \mathrm{S}} \sum_{j\in \mathrm{S}\backslash\{i\}} x_{ij}^{k} \leq \lvert S\rvert - 1$ $\forall S \subseteq V\backslash\{0\}, \lvert S\rvert \geq 2,$ $k = 1, \dots, k$	Terdapat pada langkah 10 **Langkah 10** Pilih kombinasi rute yang menghasilkan nilai σ minimum

Tabel 10. Hasil Algoritma IH data Hipotetik Kendaraan Tipe 1

Kendaraan	**Rute**	**Biaya Operasional (Rp)**
A	P0-P2-P1-P0	14.900
B	P0-P3-P6-P0	9.530
C	P0-P5-P4-P0	20.900
Fungsi Tujuan		45.330

Tabel 11. Hasil Algoritma IH data Hipotetik Kendaraan Tipe 2

Kendaraan	**Rute**	**Biaya Operasional (Rp)**
A	P0-P2-P1-P0	12030
B	P0-P3-P6-P0	5450
C	P0-P5-P4-P0	17120
Fungsi Tujuan		34600

Tabel 12 menunjukkan bahwa nilai gap yang diperoleh cukup bervariasi, dengan nilai rata-rata 11,6%. Nilai gap yang cukup tinggi berkaitan dengan akurasi dari penerapan algoritma yang terbilang masih rendah. Sebagai bagian dari pendekatan heuristik solusi yang diperoleh dari algoritma IH merupakan solusi lokal optimal, bukan global optimal. Artinya solusi yang didapatkan bukanlah solusi terbaik tetapi solusi layak yang mendekati solusi optimal.

DOI: 10.25077/josi.v17.n1.p35-45.2018

Tabel 12. Perbandingan Solusi Algoritma IH dengan Algoritma B-and-B

Data Hipotetik	Percobaan		Gap (%)
	Algoritma B-and-B	Algoritma IH	
1	44.130	45.330	0,027
2	33.650	34.600	0,028
3	38.950	50.000	0,284
4	25.300	29.500	0,166
5	8.121	8.748	0,077

Implementasi dan Analisis Komputasi Algoritma IH

Pada bagian ini dipaparkan secara jelas bagaimana algoritma IH bekerja, sehingga dapat menyelesaikan permasalahan HFVRP di PT XYZ.

Langkah 1: Mengurutkan kendaraan berdasarakan biaya operasional terendah dan pilih kendaraan $k = 1$ yang memiliki biaya operasional terendah. Iterasi awal akan dilakukan untuk kendaraan B (Tabel 13).

Tabel 13. Data Kendaraan yang Telah Diurutkan

Tipe Kendaraan	Kapasitas Kendaraan (cm^3)	Biaya Variabel (Rp/km)	Biaya Tetap (Rp/Hari)
B	7661000	1532	13751
A	15480000	2006,5	28335

Langkah 2: Menentukan node rute kendaraan $\boldsymbol{k}$ ($\boldsymbol{R_k}$) saat ini adalah 0 – 0.

Langkah 3: Mengurutkan pelanggan, dapat dilihat pada Tabel 14.

Tabel 14. Urutan Pelanggan

Pelanggan	Jarak dari Depot (m)	Permintaan (cm^3)
P19	2,7	268.467
P9	2,9	2.627.970
P4	3,4	1.463.530
P20	3,6	693.333
P2	4,6	1.189.989
P15	5,3	303.376
P11	5,7	435.730
P14	6,6	3.640.906
P12	6,9	2.831.487
P8	7,5	1.503.185
P10	7,5	1.528.955
P5	7,6	243.501
P7	7,7	1.242.625
P1	7,8	2.354.357
P18	8,4	1.414.996
P6	8,6	1.504.120
P3	8,9	12.282.811
P17	9,2	1.281.117
P13	10,6	2.222.118
P16	10,9	300.387

Langkah 4: Rute sementara menjadi R_1= 0 – 19 – 0.

Langkah 5: Memberi tanda pada pelanggan 19.

Langkah 6: Melakukan penyisipan pelanggan dan cek pembatas kapasitas. Proses penyisipan pelanggan dilakukan sesuai dengan urutan pelanggan yang ada pada Tabel 14. Tabel 15 mengilustrasikan proses penyisipan pelanggan ke dalam R_1.

Berdasarkan Tabel 15 diketahui bahwa pada saat penyisipan pelanggan P14 terjadi kelebihan permintaan yang tidak dapat dipenuhi oleh kapasitas kendaraan. Oleh karena itu, perlu kembali ke langkah 4 untuk penyisipan pelanggan lain hingga semua pelanggan sudah disisipkan ke dalam R_1.

Tabel 15. Alternatif Penyisipan Pelanggan pada R_k

$\boldsymbol{i}$	$\boldsymbol{R_1}$	$\boldsymbol{U_k}$	$\boldsymbol{d_i}$	$\boldsymbol{W_k \leq d_i}$
P19	P0-19-P0	7.661.000	268.467	Tidak
P9	P0-19-P9-P0	7.392.533	2.627.970	Tidak
P4	P0-19-P9-P4-P0	4.764.563	1.463.530	Tidak
P20	P0-19-P9-P4-P20-P0	3.301.033	693.333	Tidak
P2	P0-19-P9-P4-P20-P2-P0	2.607.700	1.189.989	Tidak
P15	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P0	1.417.711	303.376	Tidak
P11	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P0	1.114.335	435.730	Tidak
P14	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P0	678.605	3.640.906	ya

Langkah 7: Belum semua pelanggan terlayani, dilanjutkan ke langkah 7 untuk menentukan alternatif R_1 selanjutnya dengan memilih pelanggan yang belum masuk ke node. Dilakukan penyisipan hingga seluruh pelanggan berhasil disisipkan ke node. Jika semua pelanggan telah disisipkan maka dilanjutkan ke langkah 8. Tabel 16 merupakan alternatif rute yang dilalui leh R_1.Rute sementara menjadi R_1= 0 – 19 – 0.

Langkah 8: Belum semua kendaraan digunakan, sehingga perlu dilakukan penentuan $R_2 \ldots . R_K$. Kendaraan yang tersisa adalah kendaraan tipe A yang berjumlah 4 unit. Alternatif rute untuk seluruh kendaraan tipe A adalah sama karena memiliki kapasitas angkut dan biaya operasional yang sama. Tabel 16 merupakan alternatif rute yang terbentuk untuk seluruh kendaraan tipe A.

Tabel 156. Alternatif Rute Kendaraan B

Kendaraan	Rute	Biaya (Rp)
B	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P0	65.533
	P0-P14-P12-P0	33.514
	P0-P8-P10-P5-P7-P1-P0	45.617
	P0-18-P6-P0	50.366
	P0-17-P13-P16-P0	52.327

Langkah 9: Tabel 16 dan Tabel 17 menunjukkan kombinasi rute yang meminimalkan biaya dan menghasilkan solusi yang layak, adapun kombinasi rute tersebut dapat dilihat pada Tabel 18.

Langkah 10: Berdasarkan Tabel 18 diketahui bahwa semua pelanggan telah telayani. Fungsi tujuan yang diperoleh adalah biaya operasional sebesar Rp 283.484,56,-.

Tabel 17. Alternatif Rute Kendaraan A

Kendaraan	Rute	Biaya (Rp)
A1	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P12-P8-P0	100.951,800
	P0-P10-P5-P7-P1-P18-P6-P0	74.601,400
	P0-P3-P0	55.604,600
	P0-P17-13-P16-P0	66.910,760
A2	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P12-P8-P0	100.951,800
	P0-P10-P5-P7-P1-P18-P6-P0	74.601,400
	P0-P3-P0	55.604,600
	P0-P17-13-P16-P0	66.910,760
A3	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P12-P8-P0	100.951,800
	P0-P10-P5-P7-P1-P18-P6-P0	74.601,400
	P0-P3-P0	55.604,600
	P0-P17-13-P16-P0	66.910,760
A4	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P12-P8-P0	100.951,800
	P0-P10-P5-P7-P1-P18-P6-P0	74.601,400
	P0-P3-P0	55.604,600
	P0-P17-13-P16-P0	66.910,760

Tabel 18. Kombinasi Rute dengan Biaya Terendah

Kendaraan	Rute	Biaya (Rp)
A1	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P12-P8-P0	91.840
A2	P0-P10-P5-P7-P1-P18-P6-P0	70.340
A3	P0-P3-P0	54.840
B	P0-17-P13-P16-P0	47.291
Total Biaya (Rp)		**264.311**

Implementasi algoritma IH menunjukkan seluruh pelanggan dapat dilayani dengan mengakokasikan 3 kendaraan tipe A dan kendaraan tipe B. Ini berarti bahwa salah satu kendaraan tipe A tidak digunakan. Berbeda dengan kenyataan yang ada di lapangan, dimana kendaraan B hanya akan digunakan jika seluruh kendaraan A telah digunakan. Pertimbangan perusahaan memberlakukan sistem distribusi seperti ini adalah kapasitas angkut kendaraan A yang lebih besar dan dapat melayani banyak pelanggan. Tabel 19 menunjukkan salah satu alternatif kombinasi rute yang dihasilkan yang menunjukkan pengalokasian keempat kendaraan A dan tidak mengalokasikan kendaraan B.

Tabel 19. Kombinasi Rute Kendaraan Tipe A

Kendaraan	Rute	Biaya (Rp)
A1	P0-19-P9-P4-P20-P2-P15-P11-P14-P12-P8-P0	91.840
A2	P0-P10-P5-P7-P1-P18-P6-P0	70.340
A3	P0-P3-P0	54.840
A4	P0-P17-13-P16-P0	64.065
Total Biaya		**281.085**

Tabel 17 menunjukkan bahwa pengalokasian seluruh kendaraan A sesuai dengan kebijakan perusahaan saat ini menghasilkan nilai fungsi tujuan yang lebih tinggi daripada pengalokasian 3 kendaraan A ditambah 1 kendaraan B. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa seharusnya perusahaan tidak selalu berfokus pada penggunaan kendaraan A karena pada beberapa rute tertentu lebih baik menggunakan kendaraan B sehingga biaya yang dikeluarkan lebih kecil. Penerapan algoritma IH perusahaan dapat menghemat biaya operasional sebesar 5,97%.

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada penelitian ini telah dikembangkan model matematis penyelesaian masalah HFVRP yang merujuk kepada model Suthikarnnarunai (2008) dan model Kritikos (2013) sesuai dengan karakteristik sistem distribusi di PT XYZ. Percobaan pada 5 tipe data hipotetik dengan nilai gap rata-rata sebesar 11,6% terhadap solusi model matematis. Implementasi algoritma IH pada PT XYZ menghasilkan biaya operasional sebesar Rp 264.311 dengan mengalokasikan 3 kendaraan tipe A dan kendaraan tipe B. Implementasi algoritma IH memberikan penghematan biaya sebesar 5,97% terhadap sistem distribusi actual di perusahaan. Dalam penelitian ini diasumsikan bahwa setiap kendaraan hanya dapat menempuh satu rute sepanjang horizon perencanaan, penelitian lanjutan dapat dilakukan dengan mengasumsikan rute majemuk, dimana satu kendaraan dapat melayani beberapa rute sepanjang horizon perencanaan. Algortima IH merupakan salah satu bagian dari pendekatan heuristik dan akan menghasilkan solusi lokal optimal, penelitian lanjutan dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan metaheuristik untuk mendapatkan solusi yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

[1] J.-F. Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin, and F. Semet, "A guide to vehicle routing heuristics," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 53, no. 5, pp. 512–522, 2002.

[2] A. Arvianto, A. H. Setiawan, and S. Saptadi, "Model Vehicle Routing Problem dengan Karakteristik Rute Majemuk, Multiple Time Windows, Multiple Products dan Heterogeneous Fleet untuk Depot Tunggal," *J. Tek. Ind.*, vol. 16, no. 2, pp. 83–94, 2014, https://doi.org/10.9744/jti.16.2.83-94.

[3] I. A. Fajarwati and W. Anggraeni, "Penerapan Algoritma Differential Evolution untuk Penyelesaian Permasalahan Vehicle Routing Problem with Delivery and Pick-up," *J. Tek. ITS*, vol. 1, no. 2301–9271, pp. A391–A396, 2012.

[4] Suthikarnnarunai N., "A Sweep Algorithm for the Mix Fleet Vehicle Routing Problem," *Int. MultiConference Eng. Comput. Sci. 2008. IMECS 2008*, vol. 2, pp. 19–21, 2008.

[5] M. N. Kritikos and G. Ioannou, "The Heterogeneous fleet vehicle routing problem with overloads and time windows," *Int. J. Prod. Econ.*, vol. 144, no. 1, pp. 68–75, 2013, https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.01.020.

[6] C. Lin, K. L. Choy, G. T. Ho, S. H. Chung, and H. Y. Lam, "Survey of green vehicle routing problem: past and future trends," *Expert Syst. Appl.*, vol. 41, no. 4, pp. 1118–1138, 2014, https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.07.107.

[7] F. Belmecheri, C. Prins, F. Yalaoui, and L. Amodeo, "Particle swarm optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows," *J. Intell. Manuf.*, vol. 24, no. 4, pp. 775–789, 2013, https://doi.org/10.1007/s10845-012-0627-8.

[8] S. N. Kumar and R. Panneerselvam, "A survey on the vehicle routing problem and its variants," *Intell. Inf. Manag.*, vol. 4, no. 3, p. 66, 2012,

DOI: 10.25077/josi.v17.n1.p35-45.2018

http://dx.doi.org/10.4236/iim.2012.43010.

[9] M. Gendreau, *Classical heuristics for the vehicle routing problem*, April 2017. 2000.

[10] L. Octora, A. Imran, and S. Susanty, "Pembentukan Rute Distribusi Menggunakan Algoritma Clarke & Wright Savings dan Algoritma Sequential Insertion," *Reka Integr.*, vol. 2, no. 2, pp. 1–11, 2014.

[11] A. Purnomo, "Analisis Rute Pendistribusian dengan Menggunakan Metode Nearest Insertion Heuristic Persoalan The Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW) (Studi Kasus di Koran Harian Pagi Tribun Jabar)," in *Pemberdayaan Rekayasa Industri Berbasis Eco-Efficiency pada Era Perdagangan Bebas*, 2010.

NOMENKLATUR

IH	Insertion Heuristic
HFVRP	Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem
VRP	Vehicle Routing Problem
B-and-B	Branch and Bound

Himpunan

S	Himpunan seluruh tempat pemberhentian (tidak termasuk depot)
V	Himpunan semua titik pemberhentian
K	Himpunan Jenis kendaraan
T	Himpunan jumlah kendaraan

Indeks

i	Indeks lokasi i
j	Indeks lokasi j
k	Indeks kendaraan k

Parameter

c_{ij}	Baiaya variabel dari i ke j (Rp)
d_i	Permintaan di pelanggan i
f_k	Biaya tetap kendaraan k
U_k	Kapasitas kendaraan k

Variabel-variabel Keputusan Model

$$x_{ij}^k \begin{cases} 1, Jika\ kendaraan\ k\ beroperasi\ dari\ i\ ke\ j \\ dan \\ 0, jika\ lainnya \end{cases}$$

$$z_k \begin{cases} 1, jika\ kendaraan\ k\ beroperasi \\ 0, jika\ lainnya \end{cases}$$

$$y_{ik} \begin{cases} 1, Jika\ kendaraan\ k\ mengunjungi\ lokasi\ i \\ dan \\ 0, jika\ lainnya \end{cases}$$